



atvērtā kopa
2019

Komandu olimpiāde matemātikā

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 8. klasei

1. Vai var atrast tādus 6 veselus skaitļus, lai no to pāru summām septiņas būtu pozitīvas, septiņas – negatīvas un viena vienāda ar nulli?
2. Kādā valstī ir n pilsētas. Starp dažām no tām noorganizēti avioreisi. Starp katrām divām pilsētām ir augstākais viens reiss. Katrā pilsētā pieejami tieši 3 dažādi avioreisi. Katrs reiss savieno tikai 2 pilsētas, pa ceļam nenolaižoties citās. Katrs reiss "darbojas" abos virzienos.
Kādas ir iespējamās n vērtības?
3. Atrast tādu četrciparu skaitli, ka nodzēšot jebkuru tā ciparu, iegūtais skaitlis ir sākotnējā skaitļa dalītājs.
4. Dots pāra skaitlis n un kvadrāts ar malas garumu 1. Pierādīt, ka kvadrātu var sagriezt n trijstūros tā, ka visiem trijstūriem ir vienāds laukums.
5. Vai eksistē tādi dažādi naturāli skaitļi a, b, n, m , ka $a^n - b^n = a^m - b^m$?
6. 9×9 kvadrātiskā režģī uzrakstīti skaitļi $1, 2, \dots, 81$. Pierādīt, ka noteikti var atrast 2×2 kvadrātu, kurā summa ir lielāka par 137.
7. Cik dažādos veidos var katrā kastīte ierakstīt + vai – zīmi tā lai izteiksmes vērtība dalītos ar 3?

$$4 \square 1 \square 2 \square 3 \square 6 \square 3 \square 9 \square 7$$

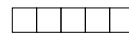
8. Dots, ka a, b un c - pozitīvi skaitļi un $abc = 1$. Pierādīt, ka

$$\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} = 1$$

9. Katra bezgalīga rūtiņu režģa rūtiņa nokrāsota vienā no 5 krāsām tā, ka novietojot 1. zīmējumā attēloto figūru jebkur plaknē, tā, lai figūras rūtiņas sakristu ar režģa rūtiņām, tajā būtu sastopamas visas piecas krāsas.



1. zīm.



2. zīm.

Pierādīt, ka novietojot 2. zīmējumā attēloto figūru jebkur plaknē, tā, lai figūras rūtiņas sakristu ar režģa rūtiņām, arī tajā būs sastopamas visas piecas krāsas.

10. Vai eksistē tāds divciparu skaitlis n , kas nebeidzas ar nulli, ka starp skaitļa pirmo un pēdējo ciparu ierakstot patvaļīgu skaitu nulļu, jaunais skaitlis
(a) vienmēr dalās ar sākotnējo skaitli n ;
(b) nekad nedalās ar sākotnējo skaitli n ;
(c) dažreiz dalās un dažreiz nedalās ar sākotnējo skaitli n ?
11. Sadalīt regulāru sešstūri a) 9 un b) 8 vienādās daļās.