



Komandu olimpiāde matemātikā

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 7. klasei

1. Divu pozitīvu skaitļu starpība ir 2, bet to kvadrātu starpība ir 10. Atrast šos skaitļus.
2. Ievietot kastītēs ciparus 1 – 9 katru tieši vienu reizi tā, lai izpildītos vienādība:

$$\frac{\square}{\square + \square} + \frac{\square}{\square + \square} + \frac{\square}{\square + \square} = 1$$

3. Dots pāra skaitlis n un kvadrāts ar malas garumu 1. Pierādīt, ka kvadrātu var sagriezt n trijstūros tā, ka visiem trijstūriem ir vienāds laukums.
4. Vai var atrast tādus 6 veselus skaitļus, lai no to pāru summām septiņas būtu pozitīvas, septiņas – negatīvas un viena vienāda ar nulli?
5. Ancei ļoti patīk risināt uzdevumus. Ja Ance nerisina uzdevumus, tad viņa lasa grāmatas par to, kā risināt uzdevumus. Un ja Ance nelasa grāmatas, tad viņa skatās japāņu multfilmas. Pieņemot, ka Ance nevar darīt divas lietas vienlaikus, ko Ance dara šobrīd?
6. No skaitļa 2019 atņēma tā ciparu summu, no rezultāta - tā ciparu summu, utt.
 - a) Pierādiet, ka noteikti kādreiz iegūsim viencipara skaitli.
 - b) Kāda būs tā vērtība?
7. Salmo uz tāfeles ir uzrakstījis skaitļus $1, 2, \dots, 2019$. Viņš izvēlas divus skaitļus a un b , tādus, ka $a \geq b$, nodzēš tos, un to vietā uzraksta skaitli $a - b$ uz tāfeles. Darbība tiek atkārtota, līdz pēc kāda laika uz tāfeles ir uzrakstīts tikai viens skaitlis. Noteikt vai skaitlis ir pāra vai nepāra.
8. Skolotājs uz tāfeles uzrakstīja divus reālus pozitīvus skaitļus, kas mazāki par 2. Anna aprēķināja skaitļu summu, bet Māris to reizinājumu. Kurš no viņiem ieguva lielāku skaitli?
9. Uz galda ir n cepumu kaudzītes, katrā pa 2 cepumiem. Aivars un Bille spēlē ar tām spēli. Vienā gājienā katrs spēlētājs var izvēlēties vienu cepumu kaudzīti un apēst no tās vismaz vienu cepumu (drīkst apēst arī abus divus, ja kaudzītē ir divi cepumi). Uzvar tas spēlētājs, kurš apēd pēdējo cepumu. Kurš no spēlētājiem var garantēt uzvaru, ja Aivars sāk?
10. Vai eksistē tāds divciparu skaitlis n , kas nebeidzas ar nulli, ka starp skaitļa pirmo un pēdējo ciparu ierakstot patvaļīgu skaitu nulļu, jaunais skaitlis
 - (a) vienmēr dalās ar sākotnējo skaitli n ;
 - (b) nekad nedalās ar sākotnējo skaitli n ;
 - (c) dažreiz dalās un dažreiz nedalās ar sākotnējo skaitli n ?
11. Dots, ka a un b ir neparalēlas taisnes. Plaknē uzzīmēja vēl 10 taisnes; katra no tām paralēla vai nu a , vai b . Pēc tam taisnes a un b nodzēsa. Cik punktos krustojas palikušās 10 taisnes? Atrodiet visas iespējas un pierādiet, ka citu, bez jūsu atrastajām, nav.