

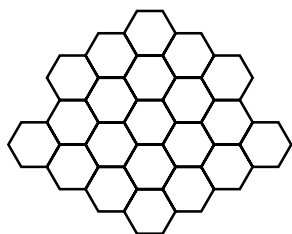


## Komandu olimpiāde matemātikā

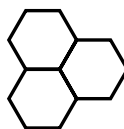
Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

### Uzdevumi 9. klasei

1. Votivapu valodā visi vārdi sastāv tikai no burtiem  $X$ ,  $D$  un  $A$ , turklāt vārds nedrīkst sākties līdzskani vai beigties ar patskani. Cik dažādu vārdu pastāv Votivapu valodā, ja zināms, ka katrā vārdā ir vismaz viens burts un ne vairāk kā 70 burti? ( $X$  un  $D$  ir līdzskaņi,  $A$  - patskanis).
2. Uz galda stāv trīs dažādas cepures: zaļa, dzeltena un sarkana. Reinis, Elīza un Toms katrs uzvelk vienu no cepurēm. Zināms, ka izpildās tieši viens sekojošajiem apgalvojumiem:
  - (a) Reinim galvā ir zaļa cepure
  - (b) Elīzai galvā nav zaļa cepure
  - (c) Tomam galvā nav sarkana cepureVai zinot šo informāciju iespējams noteikt kādas krāsas cepure ir galvā katram cilvēkam?
3. Mikum ir 33 peonijas un 64 pienenes. Puķu tirgū pie viena tirgotāja par 7 pienenēm varēja iegūt 3 peonijas, bet otrs pārdevējs mainīja 2 peonijas pret 12 pienenēm. Vai atkārtoti mainot puķes šajā tirgū, Mikus var iegūt tieši 2018 puķes?
4. Atrast lielāko naturālo  $x$ , kuram  $\sqrt{x^2 + 9x}$  ir vesels skaitlis!

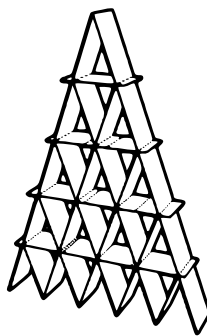


1. zīm.



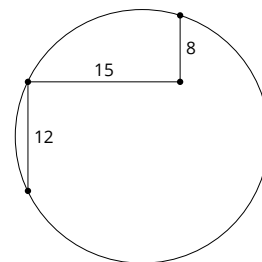
2. zīm.

5. Vai 1. zīmējumā attēloto laukumu iespējams pilnībā noklāt izmantojot 2. zīmējumā attēlotās figūras (tās nedrīkst pārklāties)?
6. Zināms, ka  $x$  un  $y$  ir naturāli skaitļi. Dalot skaitli  $x$  ar  $y$ , rodas atlikums 24, bet dalot  $2x$  ar  $y$ , atlikums ir 11. Noteikt  $y$  vērtību!
7.  $ABCD$  ir kvadrāts ar malas garumu 1.  $T$ ,  $U$  un  $V$  ir attiecīgi  $BC$ ,  $AD$  un  $AB$  viduspunkti.  $M$  - nogriežņu  $BV$  un  $AT$  krustpunkts. Aprēķināt  $\triangle BMV$  laukumu!
8. Pa apli sarakstīti vairāki pozitīvi skaitļi tā, ka katrs skaitlis ir vienāds ar kvadrātsakni no abu blakusesošo skaitļu reizinājuma. Atrast visu uzrakstīto skaitļu reizinājumu, ja zināms, ka viens no skaitļiem aplī ir 1.



3. zīm.

9. Dots kāršu namiņš, būvēts kā redzams attēlā. Cik kāršu ir namiņā ar  $k$  stāviem? Piemēram, 3. zīmējumā redzamajam namiņam ir 5 stāvi.
10. Plakne nokrāsota 8 dažādās krāsās. Pierādi, ka uz tās var atrast divus vienas krāsas punktus, starp kuriem attālums centimetros ir vesels skaitlis!
11. Taisnleņķa trijstūra  $ABC$  hipotenūza ir  $AC$ . Pierādīt, ka  $AB + BC \leq \sqrt{2}AC$ .
12. Cik dažādu vērtību var pieņemt izteiksme  $\left\lfloor \frac{x^2}{1337} \right\rfloor$ , ja  $1 \leq x \leq 1337$  un  $x$  ir reāls skaitlis?  
Piebilde:  $\lfloor x \rfloor$  ir lielākais veselais skaitlis, kas nepārsniedz  $x$ . Piemēram  $\lfloor 2.2 \rfloor = 2$ ,  $\lfloor \pi \rfloor = 3$ .
13. Telpā guļ 42 skolēni. Viņus uzmodina pavārs, kurš tikko ieskrējis telpā. Viņš visiem paziņo, ka vismaz viens no klātesošajiem vakar ir azticis viņa spageti makaronus, jo viņš redzot vismaz vienu cilvēku, kura seja ir netīra ar spageti mērci. Neviens skolēns gan neatceras iepriekšējās dienas notikumus. Viņi redz visu pārējo sejas, bet ne savējo. Pavārs paziņo, ka ritmiski sitīs ar karoti pa katlu, līdz katrs, kurš zina, ka viņam uz sejas ir mērce, būs piecēlies kājās. Pēc katra sitiena katram skolēnam ir iespēja piecēlies kājās. Kad pavārs sāk sitienus, skolēni klusējot skatās apkārt un redz, ka neviens neceļas kājās, bet pēc tieši 13 sitieniem kājās pēkšņi pieceļas vairāki skolēni. Cik skolēni piecēlās kājās?  
**Piebilde:** Šajā skolā ir vispārzināms, ka pavārs nespēj melot un tas, ka visi skolēni ir perfekti loģiski domājoši un patiešām celsies kājās, ja zinās to, ka viņiem uz sejas ir spageti mērce. Skolēni savā starpā nevar nekā komunicēt.
14. Atrast visus veselos atrisinājumus vienādojumam  $x^4 = y^4 - 65$
15. Noteikt 4. zīmējumā dotās riņķa līnijas rādiusu!



4. zīm.