



## Komandu olimpiāde matemātikā

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

### Uzdevumi 8. klasei

1. Pierādīt, ka  $x^6 - x^3 + 7 > 0$  visiem reāliem skaitļiem  $x$ !
2. Uz galda stāv trīs dažādas cepures: zaļa, dzeltena un sarkana. Reinis, Elīza un Toms katrs uzvelk vienu no cepurēm. Zināms, ka izpildās tieši viens sekojošajiem apgalvojumiem:
  - (a) Reinim galvā ir zaļa cepure
  - (b) Elīzai galvā nav zaļa cepure
  - (c) Tomam galvā nav sarkana cepure

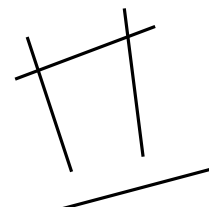
Vai zinot šo informāciju iespējams noteikt kādas krāsas cepure ir galvā katram cilvēkam?

3. Pierādīt, ka naturāla skaitļa kvadrāts nevar sastāvēt tikai no divniekiem un nullēm! (Skaitļa kvadrāts ir skaitļa reizinājums pašam ar sevi).
4. Izpildās vienādība

$$2018^{2018} \cdot 2018^{2018} \cdot 2018^{2018} \cdot \dots \cdot 2018^{2018} \cdot 2018^{2018} = 2018^{2018^{2018}}$$

Cik reižu skaitlis 2018 parādās vienādības kreisajā pusē?

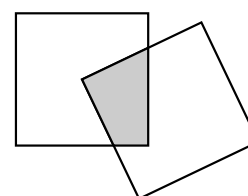
5. Vai iespējams 4 nogriežņus izkārtot tā, ka katrs no tiem krustojas ar
  - a) 1, 2, 2 un 3 citiem nogriežņiem;
  - b) 1, 2, 3 un 3 citiem nogriežņiem?



1. zīm.

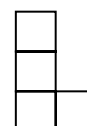
Gadījums, kur krustotos ar 0, 1, 1 un 2 nogriežņiem, parādās 1. zīmējumā.

6. Zināms, ka  $x$  un  $y$  ir naturāli skaitļi. Dalot skaitli  $x$  ar  $y$ , rodas atlikums 24, bet dalot  $2x$  ar  $y$ , atlikums ir 11. Noteikt  $y$  vērtību!
7. Doti divi kvadrāti ar malas garumu 1. Noteikt iekrāsotās daļas laukumu, ja viena kvadrāta virsotne atrodas otra kvadrāta centrā, piemēram kā 2. zīmējumā.



2. zīm.

8. Pa apli sarakstīti 210 skaitļi tā, ka katrs skaitlis ir abu blakusesošo skaitļu vidējais aritmētiskais. Kāda ir visu uzrakstīto skaitļu summa, ja zināms, ka viens no skaitļiem ir 2?
9. Dots, ka  $m \times n$  rūtiņu laukums ir pilnībā noklāts ar L veida tetramino figūrām (3. zīm.), kuras nepārklājas. Pierādīt, ka šīs figūras ir pāra skaitā.



3. zīm.

10. Vai iespējams, ka

a)  $a + b = 962$  un  $a \cdot b$  dalās ar 962;

b)  $a + b + c = 962$  un  $a \cdot b \cdot c$  dalās ar 962,

Ja  $a, b$  un  $c$  ir naturāli skaitļi?

11.  $ABCD$  ir kvadrāts ar malas garumu 1.  $T, U$  un  $V$  ir attiecīgi  $BC, AD$  un  $AB$  viduspunkti.  $M$  - nogriežņu  $BV$  un  $UT$  krustpunkts. Aprēķināt  $\triangle BMV$  laukumu!
12. Dots trijstūris  $\triangle ABC$ . Zināms, ka trijstūra malām izpildās vienādība  $AB^2 = BC^2 + CA^2$ . Pierādīt, ka mala  $AB$  nevar būt īsāka kā  $\frac{2}{5}$  trijstūra perimetra.
13. Seši astoņkāji izpilda deju. Vispirms nejaušs skaits astoņkāju sadodas rokās ar taustekļiem. Pēc tam tie atkārti sekojošu soli ik pa minūtei: visi astoņkāji, kas bija sadevušies rokās, atlaiž rokas, un visi tie, kas nebija sadevušies rokās, sadodas rokās. Pierādīt, ka kādā brīdī varēs atrast trīs astoņkājus, kuri ir sadevušies rokās katrs ar katru. Katram astoņkājim ir 8 taustekļi, un divi astoņkāji sadodas rokās tikai ar vienu taustekli katrs.
14. Atrast visus tādus naturālus  $n$ , ka  $n^2 + 6n - 15$  ir naturāla skaitļa kvadrāts.
15. Dots trijstūris  $ABC$ . Uz malas  $AB$  atlikts nogrieznis  $FN$  tāds, ka  $AF = FN = NB$ . Uz malas  $CB$  atlikts punkts  $E$  tāds, ka  $FE \parallel AC$ .  $H$  ir  $FE$  viduspunkts. Ja  $FE = EB$ , pierādīt, ka četrstūris  $HNEC$  ir paralelograms.