



Komandu olimpiāde matemātikā

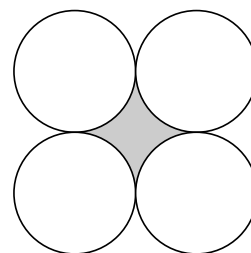
Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 7. klasei

1. Trīs draugi Anna, Baiba un Centis reizē sāk skaitīt līdz 100. Kad Anna pabeidza skaitīt, Baiba bija tikusi līdz 90. Kad Baiba pabeidza skaitīt, Centis bija ticis līdz 80. Kādu skaitli teica Centis, kad Anna beidza skaitīt, ja visi draugi skaita vienmērīgā tempā?
2. Uz galda stāv trīs dažādas cepures: zaļa, dzeltena un sarkana. Reinis, Elīza un Toms katrs uzvelk vienu no cepurēm. Zināms, ka izpildās tieši viens sekojošajiem apgalvojumiem:
 - (a) Reinim galvā ir zaļa cepure
 - (b) Elīzai galvā nav zaļa cepure
 - (c) Tomam galvā nav sarkana cepure

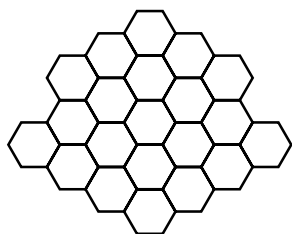
Vai zinot šo informāciju iespējams noteikt kādas krāsas cepure ir galvā katram cilvēkam?

3. Mikum ir 33 peonijas un 64 pienenes. Puķu tirgū pie viena tirgotāja par 7 pienenēm varēja iegūt 3 peonijas, bet otrs pārdevējs mainīja 2 peonijas pret 12 pienenēm. Vai atkārtoti mainot puķes šajā tirgū, Mikus var iegūt tieši 2018 puķes?
4. Dotas 4 vienādas riņķa līnijas ar rādiusu 1 cm, kas pieskaras ārēji (1. zīm.). Noteikt iekrāsotās daļas laukumu, pieņemot, ka $\pi = 3$!
Piebilde: Riņķa laukumu aprēķina pēc formulas: $S = \pi r^2$.

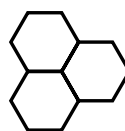


1. zīm.

5. Votivapu valodā visi vārdi sastāv tikai no burtiem X , D un A , turklāt vārds nedrīkst sākties līdzskani vai beigties ar patskani. Cik dažādu vārdu pastāv Votivapu valodā, ja zināms, ka katrā vārdā ir vismaz viens burts un ne vairāk kā 70 burti? (X un D ir līdzskaņi, A - patskanis).



2. zīm.



3. zīm.

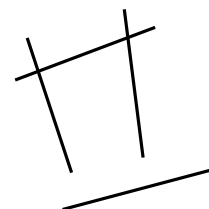
6. Vai 2. zīmējumā attēloto laukumu iespējams pilnībā noklāt izmantojot 3. zīmējumā attēlotās figūras (tās nedrīkst pārklāties)?
7. Pierādīt, ka naturāla skaitļa kvadrāts nevar sastāvēt tikai no divniekiem un nullēm! (Skaitļa kvadrāts ir skaitļa reizinājums pašam ar sevi).

8. Vai iespējams 4 nogriežņus izkārtot tā, ka katrs no tiem krustojas ar

a) 1, 2, 2 un 3 citiem nogriežņiem;

b) 1, 2, 3 un 3 citiem nogriežņiem?

Gadījums, kur krustotos ar 0, 1, 1 un 2 nogriežņiem, parādās 4. zīmējumā.



4. zīm.

9. Pa apli sarakstīti 210 skaitļi tā, ka katrs skaitlis ir abu blakusesošo skaitļu vidējais aritmētiskais. Kāda ir visu uzrakstīto skaitļu summa, ja zināms, ka viens no skaitļiem ir 2?

10. Vairāki skolēni devās uz klases ekskursiju. Ekskursijas beigās katrs uz lapiņas uzrakstīja, ar cik cilvēkiem ekskursijas laikā bija parunājis. Zināms, ka runāšana ir abpusēja. Vai ir iespējams, ka

a) uz visām lapiņām bija atšķirīgi skaitļi;

b) ekskursijā bija 1337 skolēni un uz visām lapiņām bija nepāra skaitļi?

11. Plakne nokrāsota 8 dažādās krāsās. Pierādi, ka uz tās var atrast divus vienas krāsas punktus, starp kuriem attālums centimetros ir vesels skaitlis!

12. Andis uz zemes atstāja taisnstūrveida saldējumu ar izmēriem $5\text{cm} \times 9\text{cm}$. Tomēr viņš bija prom ilgāk, nekā paredzēja un saldējums daļēji izkusa. Kad Andis atgriezās, izkusušā masa ap saldējumu veidoja peļķi, kuras ārējā mala bija 2 cm attālumā no saldējuma, iekšējā peļķes malas sakrita ar saldējuma kontūru. Noteikt izkusušā saldējuma peļķes laukumu.

13. Dots trijstūris $\triangle ABC$. Zināms, ka trijstūra malām izpildās vienādība $AB^2 = BC^2 + CA^2$. Pierādīt, ka mala AB nevar būt īsāka kā $\frac{2}{5}$ trijstūra perimetra.

14. Seši astoņkāji izpilda deju. Vispirms nejaušs skaits astoņkāju sadodas rokās ar taustekļiem. Pēc tam tie atkārtoto sekojošu soli ik pa minūtei: visi astoņkāji, kas bija sadevušies rokās, atlaiž rokas, un visi tie, kas nebija sadevušies rokās, sadodas rokās. Pierādīt, ka kādā brīdī varēs atrast trīs astoņkājus, kuri ir sadevušies rokās katrs ar katru. Katram astoņkājim ir 8 taustekļi, un divi astoņkāji sadodas rokās tikai ar vienu taustekli katrs.

15. Zināms, ka x un y ir naturāli skaitļi. Dalot skaitli x ar y , rodas atlikums 24, bet dalot $2x$ ar y , atlikums ir 11. Noteikt y vērtību!