

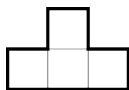


Komandu olimpiāde matemātikā

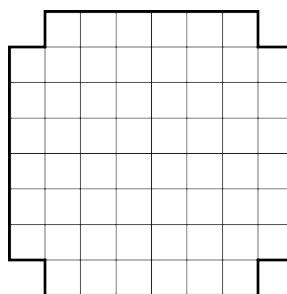
Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 8. klasei

1. Arbūza sastāvā ir 99% ūdens, tomēr, kad to atstāja saulē uz stundu, daļa ūdens iztvaikoja, un tagad tikai 98% arbūza ir ūdens. Kādu daļu sākotnējās masas arbūzs ir zaudējis?
2. Uldža atrada bezgalīgi daudz *T*-tetramino veida figūru (skat. 1. zīmējumu).



1. zīm.



2. zīm.

Vai Uldža varēs noklāt ar šīm figūrām tā, lai tās nepārklājas:

- a) 8×8 rūtiņu laukumu;
 - b) 8×8 rūtiņu laukumu, kam izgriezti visi stūrīši, kā parādīts 2. zīmējumā.
3. Vai iespējams, ka, spēlējot spēli **Bums** (skatīt spēles noteikumus pielikumā), četras reizes pēc kārtas tiks pateikts **bums!**, pieņemot, ka neviens no spēlētājiem nekļūdījās? Citiem vārdiem sakot, vai eksistē bums ķēde garumā 4?
 4. Vienādsānu trijstūrī ABC uz pamata AB pagarinājuma ārpus trijstūra atlikts punkts D . Leņķu $\angle DBC$ un $\angle BAC$ bisektrises krustojas punktā E . Pierādīt, ka $\angle ACB = 2\angle BEA$
 5. Kas ir lielāks $\frac{2016}{2017} + \frac{2018}{2017}$ vai $\frac{2017}{2016} + \frac{2017}{2018}$?
 6. Klasē ir 30 skolēni, katrs no viņiem brīvajā laikā nodarbojas ar peldēšanu, hokeju vai futbolu. 7 skolēni brīvajā laikā nodarbojas ar peldēšanu, 15 aizraujas ar hokeju, un 14 spēlē futbolu. 3 brīvajā laikā nodarbojas gan ar futbolu, gan ar hokeju, 2 ar hokeju un peldēšanu, un 5 nodarbojas ar futbolu un peldēšanu.
 - a) Cik skolēni nodarbojas ar visiem trim sporta veidiem?
 - b) Cik skolēni nodarbojas ar tieši vienu sporta veidu?
 7. Atim ir ļoti daudz zaķu. Viņš izdomāja tos izskaitīt, dažādos veidos sadalot tos pa būrišiem, būrišu ir daudz vairāk nekā zaķu. Ja zaķus liek būrišos pa diviem zaķiem katrā, viens zaķis paliek pāri. Ja liek būrišos pa trim, arī viens paliek pāri. Ja liek pa četriem, pieciem vai sešiem, tad visos gadījumos viens paliek pāri. Savukārt, liekot pa septiņiem, nav zaķa, kas paliktu pāri.

Zināms, ka Atim ir mazākais iespējamais zaķu skaits, kas apmierina nosacījumus. Cik zaķu ir Atim?
 8. Plaknē atzīmēti pieci sarkani punkti, kas veido izliektu piecstūri. Ārpus piecstūra atzīmēts viens zils punkts. Pierādīt, ka var atrast tādu trijstūri ar divām sarkanām un vienu zilu virsotni, ka viens no trijstūra leņķiem nepārsniedz 45 grādus.

9. Rindā novietoti 100 fidget spinneri, neviens nav iegriezts. Labi zināms, ka spineris var atrasties tikai vienā no diviem stāvokļiem: apstādināts vai iegriezts. Kad spineri iegriež, tas turpina griezties bezgalīgi ilgi, kamēr to apstādina.

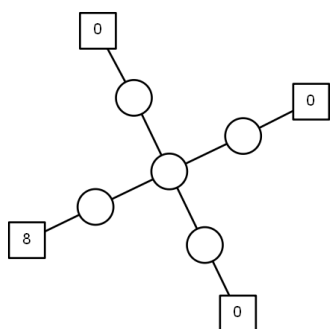
Jānis noiet garām un, sākot ar pirmo spineri, nomaina katra spineri stāvokli uz tam pretējo. Pēc tam viņš atkal noiet garām un, sākot ar otro spineri, nomaina katra otrā spinera stāvokli. Tā viņš turpina, kamēr nav izpildījis 100 gājienu, k -tajā gājienā, sākot ar k -to spineri, nomainot katra k -tā spinera stāvokli. Kuri spineri griezīsies pēc tam, kad Jānis būs beidzis savas gaitas?

10. Konfekšu kaste ir taisnstūra rūtiņu režģis, kas ir 5 rūtiņas augsts un 7 rūtiņas plats. Katrā rūtiņā ir pa vienai konfektei. Makss un Morics spēlē sekojošu spēli: Savā gājienā zēns izvēlas vienu konfekti un apēd gan to, gan visas blakusesošās konfektes (par blakusesošu sauc konfekti, kas atrodas rūtiņā, kurai ir kopīga mala ar izvēlētajā konfektes malu). Pēc tam ir otra zēna gājiens. Spēle turpinās, līdz ir apēstas visas konfektes.

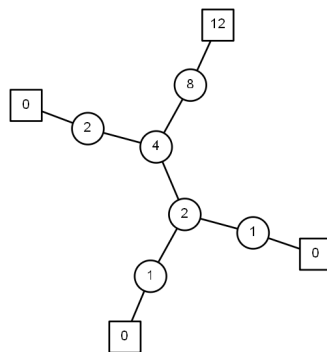
Pēc spēles, protams, mamma būs ļoti dusmīga, tomēr abi zēni vienojas, ka vainu uzņemsies tas, kurš būs apēdis vairāk konfekšu. Ja Makss sāk, vai Morics var garantēt to, ka viņš apēdīs mazāk konfekšu nekā Makss? Savu gājienu nav atļauts izlaist.

11. Andža gribēja uzzināt, cik alā ir melnu un cik baltu murkšķu. Alā ir ļoti tumšs, bet Andža ir pārliecināts, ka alā melno murkšķu ir mazāk par $\frac{3}{5}$ visu murkšķu. Pēkšņi alā ieskrien vēl 2 melni murkšķi. Andža atkal kārtīgi izpēta alu un nonāk pie secinājuma, ka tagad alā melno murkšķu ir vairāk nekā $\frac{2}{3}$ visu murkšķu. Cik alā bija murkšķu sākumā?

12. Katrā no 3. zīmējumā esošajiem tukšajiem lauciņiem ierakstiet skaitli tā, lai katrā aplītī ierakstītais skaitlis būtu visu blakusesošo lauciņu vidējais aritmētiskais! Lauciņus sauc par blakusesošiem, ja tie ir savienoti ar taisnu līniju zīmējumā.



3. zīm.



4. zīm.

Piemēram, var pārbaudīt, ka 4. zīmējumā dotie skaitļi apmierina prasību, ka katrā aplītī ierakstītais skaitlis ir visu blakusesošo lauciņu vidējais aritmētiskais.

13. Pilsētā ir 71 māja. Zināms, ka no katras mājas iziet tieši viens ceļš, katrā krustojumā satiekas tieši trīs ceļi un no katras mājas var aiziet līdz jebkurai citai mājai pārvietojoties tikai pa ceļiem. Vai kādā no krustojumiem var uzbūvēt veikalu tā, lai no jebkuras mājas ejot pa ceļu varētu nokļūt līdz veikalam, šķērsojot ne vairāk kā 35 krustojumus?

14. Par *astotniecisku kvadrātu* saucim tādu naturāla skaitļa kvadrātu, kuram ir tieši astoņi cipari un tā pēdējo četru ciparu veidotais skaitlis ir astoņas reizes lielāks nekā pirmo četru ciparu veidotais skaitlis (piemēram, 10098072 apmierina pēdējo prasību, jo $8072 = 8 \cdot 1009$, bet nav naturāla skaitļa kvadrāts).

Atrast, ar pamatojumu, vienu astotniecisku kvadrātu.

15. Dots regulārs 12 stūris, kas sadalīts paralelogramos. Pierādīt, ka ne mazāk kā 3 paralelogrami šajā dalījumā ir taisnstūri.

Pielikums

Spēles **Bums** apraksts:

Sauksim skaitli par *cipariski saliktu*, ja tas nav pirmskaitlis un tā ciparu summa nav pirmskaitlis.

(Pirmskaitlis ir skaitlis, kas dalās tieši ar diviem skaitļiem: ar sevi un ar 1. Piemēram, 5, 13, 29 ir pirmskaitļi, bet, piemēram, $4 = 2 \cdot 2 = 1 \cdot 4$, $20 = 4 \cdot 5 = 2 \cdot 10$, $111 = 3 \cdot 37 = 1 \cdot 111$ nav. Skaitlis 1 **nav** pirmskaitlis, jo dalās tikai ar vienu skaitli, nevis diviem)

Sastājies aplī ar 3 – 7 draugiem un sagatavojies aizraujošai spēlei!

Spēle sākas, kad kāds nosauc cipariski saliktu skaitli, un gājiens pāriet pie nākošā spēlētāja pulksteņa rādītāja virzienā.

Nosauktais skaitlis kļūst par “spēles skaitli”, un katru gājienu tā vērtība palielinās par 1 (neatkarīgi no tā, ko pateica iepriekšējais spēlētājs).

Gājieni norisinās pa apli, un mērķis ir saprast pēc iespējas ātrāk, vai tagadējais spēles skaitlis ir cipariski salikts, vai nē.

Kad pienāk tava kārtā:

- a) Ja spēles skaitlis ir cipariski salikts, tad tev tas ir skaļi jānosauc.
- b) Ja tas nav cipariski salikts, tad ir jāsaka **bums!**
- c) Ja tu vilcinies par ilgu un nevari izdomāt vai pasaki nepareizi, tad tev ir jāiziet no apļa, un spēle sākas no jauna ar atlikušajiem spēlētājiem.

Par *bums ķēdi* sauksim nepārtrauktu virkni ar **bums!** izsauieniem no spēlētājiem. Derīga bums ķēde ir tāda, kuras gaitā neviens no spēlētājiem nav kļūdījies ar savu **bums!** izsauicienu. Par bums ķēdes garumu sauksim kopējo **bums!** izsauicienu skaitu ķēdē.

Piemērs spēlei starp trim spēlētājiem: Āro (A), Karelu (K) un Mēriju (M):

1. Āro pasaka 46 (tas ir cipariski salikts),
2. Karels iesaucas **bums!** (jo 47 ir pirmskaitlis),
3. Mērija saka 48 (tas ir cipariski salikts),
4. A: **bums!** (49 ciparu summa ir pirmskaitlis),
5. K: **bums!** (50 ciparu summa ir pirmskaitlis),
6. M: 51 (cipariski salikts),
7. A: **bums!** (52 ciparu summa ir pirmskaitlis)
8. K: **bums!** (53 ir pirmskaitlis)
9. M: 54 (tas ir cipariski salikts)
10. A: 55 (tas ir cipariski salikts)
11. K: 56 (kļūda, 56 ciparu summa ir pirmskaitlis, tādēļ 56 nav cipariski salikts un bija jāsaka **bums!**)
12. Spēle sākas no jauna

Šajā spēlē garākās derīgās bums ķēdes garums ir 2, un ir divas derīgas bums ķēdes šādā garumā, viena, kad spēles skaitlis ir 49 un 50, otra, kad spēles skaitlis ir 52 un 53.