

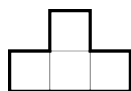


Komandu olimpiāde matemātikā

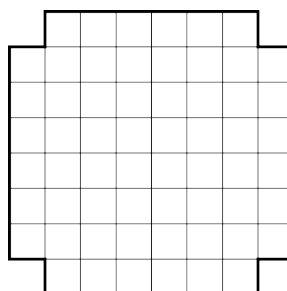
Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 7. klasei

1. Arbūza sastāvā ir 99% ūdens, tomēr, kad to atstāja saulē uz stundu, daļa ūdens iztvaikoja, un tagad tikai 98% arbūza ir ūdens. Kādu daļu sākotnējās masas arbūzs ir zaudējis?
2. Veikalā pārdod trīs veidu augļus: ābolus, banānus un citronus. Cik veidos var nopirkt tieši trīs augļus?
3. Zināms, ka skaitļa a ciparu summa ir 13. Ja skaitli a pareizina ar divi, un apmaina rezultāta ciparus vietām, vai iespējams, ka beigās iegūst skaitli, kas dalās ar 3?
Piemēram, ja $a = 139$, tad pareizinot to ar 2 iegūstam 278 un apmainot tā ciparus vietām varam iegūt, piemēram, 872 vai 782.
4. Uz taisnstūra $ABCD$ diagonāles BD atlikts punkts P . Zināms, ka $\angle PAB = \angle PBA$, $\angle PCB = 15^\circ$ un $\angle APD = 60^\circ$. Noteikt leņķi DPC .
5. Kas ir lielāks $\frac{2016}{2017} + \frac{2018}{2017}$ vai $\frac{2017}{2016} + \frac{2017}{2018}$?
6. Uldža atrada bezgalīgi daudz T-tetramino veida figūru (skat. 1. zīmējumu).



1. zīm.



2. zīm.

Vai Uldža varēs noklāt ar šīm figūrām tā, lai tās nepārklājas:

- a) 8×8 rūtiņu laukumu;
 - b) 8×8 rūtiņu laukumu, kam izgriezti visi stūrīši, kā parādīts 2. zīmējumā.
7. Vai iespējams, ka, spēlējot spēli **Bums** (skatīt spēles noteikumus pielikumā), četras reizes pēc kārtas tiks pateikts **bums!**, pieņemot, ka neviens no spēlētājiem nekļūdījās? Citiem vārdiem sakot, vai eksistē bums ķēde garumā 4?
 8. Rindā novietoti 100 fidget spinneri, neviens nav iegriezts. Labi zināms, ka spineris var atrasties tikai vienā no diviem stāvokļiem: apstādināts vai iegriezts. Kad spineri iegriež, tas turpina griezties bezgalīgi ilgi, kamēr to apstādina.
Jānis noiet garām un, sākot ar pirmo spineri, nomaina katra spineri stāvokli uz tam pretējo. Pēc tam viņš atkal noiet garām un, sākot ar otro spineri, nomaina katra otrā spinera stāvokli. Tā viņš turpina, kamēr nav izpildījis 100 gājienus, k -tajā gājienā, sākot ar k -to spineri, nomainot katra k -tā spinera stāvokli.
Kuri spineri griezīsies pēc tam, kad Jānis būs beidzis savas gaitas?

9. Klasē ir 30 skolēni, katrs no viņiem brīvajā laikā nodarbojas ar peldēšanu, hokeju vai futbolu. 7 skolēni brīvajā laikā nodarbojas ar peldēšanu, 15 aizraujas ar hokeju, un 14 spēlē futbolu. 3 brīvajā laikā nodarbojas gan ar futbolu, gan ar hokeju, 2 ar hokeju un peldēšanu, un 5 nodarbojas ar futbolu un peldēšanu.

Cik skolēni nodarbojas ar visiem trim sporta veidiem?

10. Atim ir ļoti daudz zaķu. Viņš izdomāja tos izskaitīt, dažādos veidos sadalot tos pa būrišiem, būrišu ir daudz vairāk nekā zaķu. Ja zaķus liek būrišos pa diviem zaķiem katrā, viens zaķis paliek pāri. Ja liek būrišos pa trim, arī viens paliek pāri. Ja liek pa četriem, pieciem vai sešiem, tad visos gadījumos viens paliek pāri. Savukārt, liekot pa septiņiem, nav zaķa, kas paliktu pāri.

Zināms, ka Atim ir mazākais iespējamais zaķu skaits, kas apmierina nosacījumus. Cik zaķu ir Atim?

11. Dots daudzstūris, kura perimetrs ir p . Pierādīt, ka no daudzstūra malām var sastādīt divus nogriežņus tā, ka to starpība nepārsniedz $\frac{p}{3}$. Katrai malai jābūt izmantotai tieši vienu reizi vienā nogrieznī.

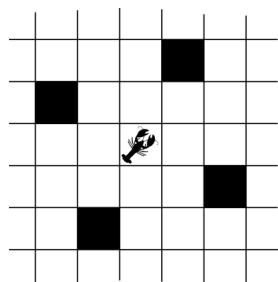
12. Uz tāfeles uzrakstīts daļskaitlis $\frac{a}{b}$. Katrā gājienā drīkst ar daļskaitli veikt vienu no sekojošajām darbībām:

1) Apgriezt to, $\frac{a}{b} \rightarrow \frac{b}{a}$

2) Pieskaitīt 1 un pēc tam izdalīt ar 2, $\frac{a}{b} \rightarrow \frac{a+b}{2}$

Ja sākumā uzrakstīts $\frac{5}{8}$, vai iespējams atkārtoti pielietojot darbības nonākt līdz a) $\frac{20}{23}$ b) $\frac{433}{471}$?

13. Ingus un Jānis pamīšus novieto jauna veida šaha figūras - "vēžišus" - uz šaha galdiņa. 3. zīmējumā iekrāsoti lauciņi, kurus apdraud vēžītis.



3. zīm.

Katrā gājienā spēlētājs novieto vienu vēžīti tā, lai tas neapdraudētu nevienu citu jau novietotu vēžīti. Zaudē tas spēlētājs, kurš nevar veikt gājienu. (Vēžiši spēles gaitā nepārvietojas.)

Ja Ingus sāk, vai viņš noteikti var uzvarēt, ja spēle norisinās uz

- a) 8×8 rūtiņu šaha galdiņa?
- b) 11×11 rūtiņu šaha galdiņa?

14. Andža gribēja uzzināt, cik alā ir melnu un cik baltu murkšķu. Alā ir ļoti tumšs, bet Andža ir pārliccināts, ka alā melno murkšķu ir mazāk par $\frac{3}{5}$ visu murkšķu. Pēkšņi alā ieskrien vēl 2 melni murkšķi. Andža atkal kārtīgi izpēta alu un nonāk pie secinājuma, ka tagad alā melno murkšķu ir vairāk nekā $\frac{2}{3}$ visu murkšķu. Cik alā bija murkšķu sākumā?

15. Dots regulārs 12 stūris, kas sadalīts paralelogramos. Pierādīt, ka ne mazāk kā 3 paralelogrami šajā dalījumā ir taisnstūri.

Pielikums

Spēles **Bums** apraksts:

Sauksim skaitli par *cipariski saliktu*, ja tas nav pirmskaitlis un tā ciparu summa nav pirmskaitlis.

(Pirmskaitlis ir skaitlis, kas dalās tieši ar diviem skaitļiem: ar sevi un ar 1. Piemēram, 5, 13, 29 ir pirmskaitļi, bet, piemēram, $4 = 2 \cdot 2 = 1 \cdot 4$, $20 = 4 \cdot 5 = 2 \cdot 10$, $111 = 3 \cdot 37 = 1 \cdot 111$ nav. Skaitlis 1 **nav** pirmskaitlis, jo dalās tikai ar vienu skaitli, nevis diviem)

Sastājies aplī ar 3 – 7 draugiem un sagatavojies aizraujošai spēlei!

Spēle sākas, kad kāds nosauc cipariski saliktu skaitli, un gājiens pāriet pie nākošā spēlētāja pulksteņa rādītāja virzienā.

Nosauktais skaitlis kļūst par “spēles skaitli”, un katru gājienu tā vērtība palielinās par 1 (neatkarīgi no tā, ko pateica iepriekšējais spēlētājs).

Gājieni norisinās pa apli, un mērķis ir saprast pēc iespējas ātrāk, vai tagadējais spēles skaitlis ir cipariski salikts, vai nē.

Kad pienāk tava kārtā:

- a) Ja spēles skaitlis ir cipariski salikts, tad tev tas ir skaļi jānosauc.
- b) Ja tas nav cipariski salikts, tad ir jāsaka **bums!**
- c) Ja tu vilcinies par ilgu un nevari izdomāt vai pasaki nepareizi, tad tev ir jāiziet no apļa, un spēle sākas no jauna ar atlikušajiem spēlētājiem.

Par *bums ķēdi* sauksim nepārtrauktu virkni ar **bums!** izsauieniem no spēlētājiem. Derīga bums ķēde ir tāda, kuras gaitā neviens no spēlētājiem nav kļūdījies ar savu **bums!** izsauicienu. Par bums ķēdes garumu sauksim kopējo **bums!** izsauicienu skaitu ķēdē.

Piemērs spēlei starp trim spēlētājiem: Āro (A), Karelu (K) un Mēriju (M):

1. Āro pasaka 46 (tas ir cipariski salikts),
2. Karels iesaucas **bums!** (jo 47 ir pirmskaitlis),
3. Mērija saka 48 (tas ir cipariski salikts),
4. A: **bums!** (49 ciparu summa ir pirmskaitlis),
5. K: **bums!** (50 ciparu summa ir pirmskaitlis),
6. M: 51 (cipariski salikts),
7. A: **bums!** (52 ciparu summa ir pirmskaitlis)
8. K: **bums!** (53 ir pirmskaitlis)
9. M: 54 (tas ir cipariski salikts)
10. A: 55 (tas ir cipariski salikts)
11. K: 56 (kļūda, 56 ciparu summa ir pirmskaitlis, tādēļ 56 nav cipariski salikts un bija jāsaka **bums!**)
12. Spēle sākas no jauna

Šajā spēlē garākās derīgās bums ķēdes garums ir 2, un ir divas derīgas bums ķēdes šādā garumā, viena, kad spēles skaitlis ir 49 un 50, otra, kad spēles skaitlis ir 52 un 53.