



Komandu olimpiāde matemātikā

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 11. klasei

1. Matemātiķiem, gatavojot olimpiādi, bija jāizdomā 36 uzdevumi. Viņi izdomāja par vienu uzdevumu dienā mazāk nekā sākotnēji plānots, tādējādi iekavējot noteikto termiņu par 6 dienām. Cik dienas viņi sākotnēji bija plānojuši strādāt?
2. Saeimas vēlēšanās Rīgas vēlēšanu apgabalā ievēlami 29 deputāti. Piecu procentu barjeru pārvarējušās partijas ieguva šādus balsu skaitus: SC 64971; PCTVL 27308; ZZS 25851; LPP/LC 22223; TP 35813; JL 46813; TB/LLNK 21488. Aprēķiniet, cik mandātus Rīgas apgabalā ieguva katra partija, atbilstoši vēlēšanu likuma 38. pantam.
Vēlēšanu likuma 38. pants atrodams pielikumā.
3. Septiņi rūķīši reģistrējās Tviterī un daži sāka sekot citiem (tikai savā starpā). Pāris (a, b) apzīmē kāda rūķīša sekotāju skaitu a un izsekoto skaitu b . Vai var gadīties, ka vienlaicīgi septiņiem rūķīšiem šie pāri ir
 - a) $(1,6), (2,6), (2,2), (3,1), (3,0), (3,2), (3,0)$?
 - b) $(5,5), (2,1), (0,4), (3,3), (2,6), (4,2), (6,1)$?
4. Friziere augustā piedāvāja matu griezumam par īpašu cenu (8.23€), jo "2014. gada augusts ir vienīgais tavā dzīvē, kurā būs 5 piektdienas, 5 sestdienas un 5 svētdienas! Pēdējo reizi tas bija 1191. gadā, nākamreiz būs 2837. gadā; reizi 823 gados šis fenomēns!" Vai (un kāpēc) viņai ir taisnība? Ja nē, izskaidro, cik bieži patiesībā notiek šāds fenomēns!
5. Mārtiņam bija 60 vēstuļu papīra lapas. Marta gribēja saņemt vēstules biežāk un dažas no vēstuļu papīra lapām sagrieza 4 daļās un vismaz vienu 12 daļās. Mārtiņš lapas tērēja uzmanīgi un uz katras lapas rakstīja pa vienai vēstulei. Marta saņēma 102 vēstules no Mārtiņa. Cik papīra lapas sagrieza Marta?
6. *Capital One (CO)* akcijas pirms gada maksāja 30\$. Biržā par 3.25\$ varēja nopirkt loterijas biļeti (t.s. *opciju*), kas pēc gada izmaksātu laimestu $x - 40$ \$ gadījumā, ja *CO* akcijas tajā brīdī maksā x dolārus, un x ir vairāk nekā 40\$. *Cornwall Capital Management* par 26'000\$ iegādājās daudz šādu opciju un pēc gada saņēma laimestu 480'000\$. Cik tajā brīdī maksāja *CO* akcijas?
7. Edgars ar Olgu bija sešu dienu ilgā velobraucienā Toskānā. Pirmajā dienā viņi nobrauca par 3km vairāk nekā otrajā. Trešajā dienā - divreiz vairāk nekā ceturtajā, taču vidēji tikpat, cik pirmajā. Pirmajā un piektajā dienā kopā sanāca 100km - tikpat, cik saskaitot trešajā un sestajā dienā nobraukto. Cik kilometrus viņi nobrauca katrā no dienām, ja kopumā odometrs rādīja 277km?
8. Kāds ir lielākais punktu skaits FIFA futbola Pasaules kausa finālturnīra grupu posmā, ar kādu komanda var ne kvalificēties izslēgšanas spēļu kārtai? Kāds ir mazākais punktu skaits, ar kuru komanda var kvalificēties?
Informācija par turnīra norisi atrodama pielikumā.

9. Pierādīt, ka jebkuriem naturāliem skaitļiem n un k iespējams pakāpi n^k izteikt kā n pēc kārtas ņemtu nepāra skaitļu summu.
10. Pierādīt, ka vienādojumam $4x^2 - 5y^2 = 12$ nav atrisinājuma, kur x un y ir veseli skaitļi.
Padoms: apskatīt atlikumu, dalot ar 5.
11. Cik ir tādu četrциparu skaitļu, kuru pierakstā ir izmantoti tieši 2 dažādi cipari?
12. Martinam Gārdneram oktobrī atzīmēja 100. gadadienu. $1^3+2^3+3^3+4^3 = 100 = (1+2+3+4)^2$. Vai vienādība $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$ ir patiesa visiem naturāliem n ?
13. BMX velosipēda priekšējam zobratam ir 44 zobi, aizmugurējam 16. Attālums starp zobratu asīm (centriem) ir 13 collas. Ķēdei katrs posms ir $1/2$ collu garš. Cik posmu garu ķēdi vajag, lai tā būtu precīzi nospriegota?

α	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$\cos(\alpha)$	1	0.985	0.940	0.866	0.766	0.643	0.500	0.342	0.174	0
$\sin(\alpha)$	0	0.174	0.342	0.500	0.643	0.766	0.866	0.940	0.985	1

14. Par *Fermā* skaitļiem saucim visus skaitļus, kurus var uzrakstīt formā $F_n = 2^{(2^n)} + 1$, kur n ir nenegatīvs vesels skaitlis. Pierādiet, ka, sākot ar $n \geq 2$, visiem *Fermā* skaitļiem pedējais cipars ir 7.
15. Mājai ir vienas ārdurvis, un tās istabas ir savienotas ar durvīm. Visās istabās iespējams nokļūt, bet nav iespējams iziet pa apli - pa kurām durvīm ieiet, pa tām pēc tam būs jānāk atpakaļ. Pierādīt, ka durvju skaits ir vienāds ar istabu skaitu.

Pielikums



Saeimas vēlēšanu likums (daļējs izraksts)

38. pants.

(1) Vēlēšanu apgabalos ievēlētos deputātus nosaka Centrālā vēlēšanu komisija. Deputātu vietu sadalē nepiedalās tie viena nosaukuma kandidātu saraksti, kuri kopā pa visu Latviju saņēmuši mazāk par pieciem procentiem no nodoto balsu kopskaita, neatkarīgi no tā, vai šā nosaukuma kandidātu saraksti bija izvirzīti vienā vai vairākos vēlēšanu apgabalos. Par nodoto balsu kopskaitu (vēlēšanās piedalījušos vēlētāju kopskaitu) uzskatāms derīgo vēlēšanu aplokšņu kopskaits.

(2) Lai sadalītu Saeimas deputātu vietas starp pārējiem vēlēšanu apgabalā pieteiktajiem kandidātu sarakstiem, piemēro šādu kārtību:

- 1) nosaka vēlēšanu apgabalā par katru kandidātu sarakstu nodoto derīgo vēlēšanu zīmju skaitu;
- 2) par katru kandidātu sarakstu nodoto vēlēšanu zīmju skaitu daļa secīgi ar 1, 3, 5, 7 un tā tālāk, līdz dalījumu skaits ir vienāds ar kandidātu sarakstā pieteikto kandidātu skaitu;
- 3) visus iegūtos dalījumus par visiem viena vēlēšanu apgabala kandidātu sarakstiem sanumurē kopējā dilstošā secībā;
- 4) deputātu vietas vēlēšanu apgabalā secīgi saņem tie kandidātu saraksti, kuriem atbilst lielākie dalījumi. Ja dalījums, kura kārtas numurs ir vienāds ar vēlēšanu apgabalā ievēlējamo deputātu skaitu, ir vienāds ar vienu vai vairākiem nākamajiem dalījumiem, deputāta vietu saņem kandidātu saraksts, kas ieguvis visā Latvijā vairāk balsu. Ja šie kandidātu saraksti ir reģistrēti tikai vienā vēlēšanu apgabalā, deputāta vietu saņem kandidātu saraksts, kurš reģistrēts pirmais.

(Ar grozījumiem, kas izdarīti ar 26.03.1998. un 27.05.1998. likumu, kas stājas spēkā 12.06.1998.)

Pielikums



Informācija par turnīra norisi

FIFA Pasaules kausa finālturnīrā piedalās 32 komandas. Pirmais posms ir grupu turnīrs. Tajā komandas sacenšas grupās pa 4. Katra komanda spēlē ar katru savas grupas komandu vienu reizi. Par uzvaru komanda iegūst 3 punktus, par neizšķirtu - 1 punktu. Par zaudējumu komanda nesaņem punktus. No katras grupas 2 komandas ar lielāko punktu skaitu kvalificējas izslēgšanas turnīram. Ja divām komandām ir vienāds punktu skaits, skatās papildu kritērijus atbilstošā secībā (ja 1. nosaka viennozīmīgu sakārtojumu, tad nākamo vairs neskatās). Augstāk tabulā ir tā komanda, kurai:

1. ir lielāka iesisto un ielaisto vārtu starpība visās grupas spēlēs;
2. ir vairāk iesisto vārtu visās grupas spēlēs.

Ja ir vēl komandas, kurām iepriekšējie kritēriji nenosaka viennozīmīgu sakārtojumu tabulā, tad šīs komandas kārtos pēc šādiem kritērijiem:

1. lielākais punktu skaits savstarpējās spēlēs šīm komandām;
2. lielākā iesisto un ielaisto vārtu starpība spēlēs starp šīm komandām;
3. lielākais iesisto vārtu skaits spēlēs starp šīm komandām.

Ja ir vēl komandas, kurām iepriekšējie kritēriji nenosaka viennozīmīgu sakārtojumu tabulā, tad šīm komandām sakārtojumu nosaka lozējot.