

Komandu olimpiāde “Atvērtā Kopa”

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 7. klasei

1. Kristiāna strādā divos ar pusi darbos, tādēļ viņa savu laiku pavada tikai vai nu strādājot, vai guļot. Pieņemot, ka pilna laika darbs aizņem 8 stundas, cik stundas nedēļā viņa guļ?
2. Skudra, rāpojot pa šķautnēm un nevienā vietā neatgriežoties divreiz, apmeklēja visas kuba virsotnes (šķautnes garums ir 1 sprīdis). Cik garu ceļu skudra norāpoja, ja viņa sāka un beidza savu ceļojumu dažādās kuba virsotnēs?
3. Sporta klubā *FitBokss* uz skapīšiem vajadzēja uzlīmēt numuriņus, sākot ar skaitli 1, secīgi. Uzlīme ar cipariņu maksā 2 santīmus, tātad, piemēram, uzlīmēt skaitli 101 izmaksā 6 santīmus. Cik skapīši tika aplīmēti, ja kopumā uzlīmes izmaksāja 15,84 Ls?
4. Kuri no nosacījumiem ir nepieciešami, kuri ir pietiekami, lai skaitlis dalītos ar 6 (var būt, ka kāds no nosacījumiem ir gan nepieciešams, gan pietiekams)? Pamato savas atbildes!

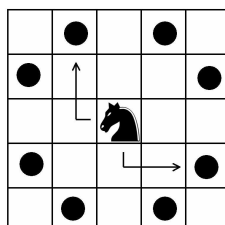
Nosacījums

- a) Dotais skaitlis dalās ar 3.
- b) Dotais skaitlis dalās ar 12.
- c) Dotais skaitlis ir 18.
- d) Dotais skaitlis dalās ar 2 un 3.
- e) Dotais skaitlis dalās ar 4 un 9.

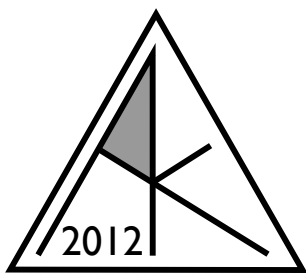
Nepieciešams	Pietiekams

5. Albijs un Pīrādziņš apprecējās sestdien 2012. gada 18. augustā. Kāda nedēļas diena būs viņu zelta kāzās pēc 50 gadiem?
6. Dacei ir tasīte melnās tējas, kuru viņa dzer ievērojot īpašu rituālu: kad puse tasītes ir izdzerta, tā tiek uzpildīta ar pienu (un labi samaisīta). Sākumā tasītē ir tikai tēja, bet ar katru uzpildīšanu piena īpatsvars palielinās. Kad tējas īpatsvars tasītē ir zem 5%, Dace pārstāj malkot. Cik vienības (tasītes) piena Dace izdzers? Un cik tējas?
7. Dots 11 centimetrus garš lineāls. Atrast visus veidus, kā atlikt 5 atzīmes uz lineāla (tās var atlikt tikai uz centimetru iedaļām, tai skaitā lineāla galos) tā, lai attālumi starp jebkurām divām atzīmēm būtu atšķirīgi.
8. Turnīrā piedalās 5 netbola komandas un tam pieteikušies 7 brāļi. Pierādīt, ka vismaz divi no brāļiem spēlēs vienā un tajā pašā komandā.
9. Marta uz tāfeles uzrakstīja četrus skaitļus: 2; 0; 1; 2, un atļāva Mārtiņam katrā gājienā jebkuriem diviem skaitļiem pieskaitīt 5. Vai Mārtiņš var panākt, ka visi skaitļi uz tāfeles ir vienādi?
10. Kādu dienu klases skolēni aptaujāja viens otru, lai noskaidrotu, cik katram klasē ir draugu. Noskaidrojās, ka nav divu tādu skolēnu, kuriem būtu vienāds draugu skaits. Pierādiet, ka vismaz viens no skolēniem ir samelojis par savu draugu skaitu vai arī ir nepareizi novērtējis to! (Pieņemsim, ka draudzības ir abpusējas.)

11. Pa līnijveida maršutu turp un atpakaļ kursē autobusi. Pieturu skaits turpceļā un atpakaļceļā ir vienāds un tās atrodas viena otrai pretim. Pilsētas leģenda vēsta, ja jebkurā pieturā, gaidot autobusu, tiek novērots, ka pretējā pieturā pienāk šī paša maršuta autobuss, tad arī šajā pieturā tūlīt pienāks autobuss (drīkst pieņemt, ka autobusi šajā gadījumā pretējās pieturās pienākuši vienlaicīgi). Kādiem nosacījumiem jāizpildās, lai šī leģenda tiešām būtu spēkā?
12. Kāds ir lielākais daudzums šaha zirdziņu, ko var uzlikt uz šaha laukuma, tā, lai neviens zirdziņš nebūtu pa sitenam nevienam citam zirdziņam? Šaha zirdziņa gājieni shematiski attēloti zīmējumā.



13. Doti sviru sviri ar 16 atsvariem, kuru sviri attiecīgi ir 1 g, 2 g, ..., 16 g. Zinot, ka svēršanā jāizmanto pilnīgi visi atsvari, kādus svarus ir iespējams noteikt ar šādu atsvaru komplektu?
14. *Piezīme:* šajā jautājumā nav nepieciešamas nekādas iepriekšējas ķīmijas zināšanas. Uzrakstītas sešu molekulu formulas un to attiecīgie nosaukumi:
 C_3H_8 , C_4H_6 , C_3H_4 , C_4H_8 , C_7H_{14} , C_2H_2 ;
 propāns, butīns, propīns, butēns, heptēns, etīns.
- a) Uzraksti nosaukumu šādām molekulām: C_2H_4 , C_2H_6 , C_7H_{12} .
- b) Uzraksti formulas šādām molekulām: propēns, butāns.
15. Ap ugunsuru sēž pulciņš rūķīšu. Pirmajam ir par vienu monētu vairāk nekā otrajam. Tam savukārt ir par vienu vairāk nekā trešajam utt. Pirmais rūķītis iedod 1 monētu otrajam, otrs 2 monētas trešajam utt. (katrs nākamais rūķītis dod par 1 monētu vairāk). Šis process turpinās pa apli, cik ilgi iespējams. Kad tas apstājas, izrādās, ka kādam no rūķīšiem ir četrrēiz vairāk monētu nekā viņa kaimiņam. Cik rūķīšu ir ap ugunsuru? Cik monētu bija tam, kas sākumā bija nabagākais?

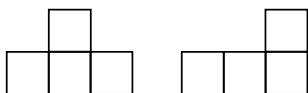


Komandu olimpiāde “Atvērtā Kopa”

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 8. klasei

1. Kristiāna strādā divos ar pusi darbos, tādēļ viņa savu laiku pavada tikai vai nu strādājot, vai guļot. Pieņemot, ka pilna laika darbs aizņem 8 stundas, cik stundas nedēļā viņa guļ?
2. 2011.g. 1. jūlijā Latvijā pēc Iedzīvotāju reģistra datiem dzīvoja 319 267 nepilsoņi (14,4% iedzīvotāju), no tiem 65,8% bija krievi, 13,5% - baltkrievi, 9,6% - ukraiņi. Krievu nepilsoņi veido 34,6% Latvijas krievu, baltkrievu nepilsoņi veido 55,3% baltkrievu, ukraiņu nepilsoņi veido 56,3% ukraiņu. Pieņemsim, ka katram Latvijas iedzīvotājam ir viens no diviem iespējamiem statusiem: “pilsonis” vai “nepilsonis”. Datu iegūšanas brīdī:
 - a) Cik iedzīvotāju ir Latvijā?
 - b) Cik Latvijas nepilsoņi ir krievi? Cik Latvijas iedzīvotāji ir krievi?
 - c) Cik Latvijas pilsoņi ir attiecīgi krievi, baltkrievi un ukraiņi (aprēķināt atsevišķi)?
 - d) Cik procentu no Latvijas pilsoņiem sastāda krievi, baltkrievi un ukraiņi, kopā ņemot?Atbildēs cilvēku skaitus noapaļot līdz tuvākajam veselajam skaitlim, procentus uzrādīt ar vienu ciparu aiz komata!
3. Vai no figurām, kas attēlotas zemāk (drīkst izmantot abas figūras), var salikt taisnstūri, kura izmērs ir:
 - a) 6×8 rūtiņas
 - b) 6×7 rūtiņas

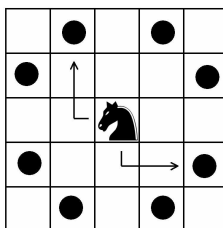


4. Sporta klubā *FitBokss* uz skapīšiem vajadzēja uzlīmēt numuriņus, sākot ar skaitli 1, secīgi. Uzlīme ar cipariņu maksā 2 santīmus, tātad, piemēram, uzlīmēt skaitli 101 izmaksā 6 santīmus. Cik skapīši tika aplīmēti, ja kopumā uzlīmes izmaksāja 15,84 Ls?
5. Albijs un Pīrādziņš apprecējās sestdien 2012. gada 18. augustā. Kāda nedēļas diena būs viņu zelta kāzās pēc 50 gadiem?
6. Turnīrā piedalās 5 netbola komandas un tam pieteikušies 7 brāļi. Pierādīt, ka vismaz divi no brāļiem spēlēs vienā un tajā pašā komandā.
7. Pierādi, ka vismaz viens no skaitļiem n , $n + 2$, $n + 4$ dalās ar 3 (n ir naturāls skaitlis).
8. Marta uz tāfeles uzrakstīja četrus skaitļus: 2; 0; 1; 2, un atļāva Mārtiņam katrā gājienā jebkuriem diviem skaitļiem pieskaitīt 5. Vai Mārtiņš var panākt, ka visi skaitļi uz tāfeles ir vienādi?
9. Mario un Eva gāja pastaigāties parkā ap dīķi, kas ir izliekta daudzstūra formā (visi leņķi ūdens pusē ir mazāki par 180°). Mario gāja gar pašu dīķa malu, bet Eva vienmēr turējās tieši 1 metra attālumā no dīķa malas. Par cik metriem atšķīrās viņu veiktie attālumi, kad viņi bija pilnībā apgājuši apkārt dīķim?

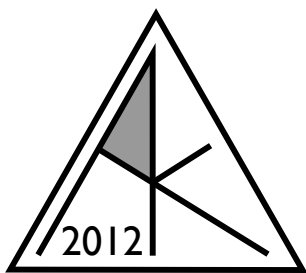
10. Dots, ka z un r ir nenegatīvi veseli skaitļi un $z + r + zr = 2012$. Cik dažādas vērtības ir iespējamas summai $z + r$?
11. Izskaidrot, kādēļ šī metode strādā, reizinot skaitļus, kas ir nedaudz mazāki par 100:

$$\begin{array}{c}
 \mathbf{97} \times \mathbf{96} = \mathbf{9312} \\
 \begin{array}{ccc}
 \boxed{100-97} & \boxed{100-96} & \boxed{100-7} \\
 \downarrow & \downarrow & \uparrow \\
 \mathbf{3} & + & \mathbf{4} \Rightarrow \mathbf{7} \\
 \underbrace{\hspace{1.5cm}} & & \\
 \mathbf{X} & &
 \end{array}
 \end{array}$$

12. Kāds ir lielākais daudzums šaha zirdziņu, ko var uzlikt uz šaha laukuma, tā, lai neviens zirdziņš nebūtu pa sitenam nevienam citam zirdziņam? Šaha zirdziņa gājieni shematiski attēloti zīmējumā.



13. Atrast tādu naturālu skaitļu komplektu r, a, e un m , kuram izpildās vienādība $r^4 + a^3 + e^2 = m^2$. Pierādīt, ka šādu skaitļu komplektu ir bezgalīgi daudz.
14. *Piezīme:* šajā jautājumā nav nepieciešamas nekādas iepriekšējas ķīmijas zināšanas. Uzrakstītas sešu molekulu formulas un to attiecīgie nosaukumi:
 $C_3H_8, C_4H_6, C_3H_4, C_4H_8, C_7H_{14}, C_2H_2$;
 propāns, butīns, propīns, butēns, heptēns, etīns.
- a) Uzraksti nosaukumu šādām molekulām: $C_2H_4, C_2H_6, C_7H_{12}$.
- b) Uzraksti formulas šādām molekulām: propēns, butāns.
15. Ap apaļu galdu sēž n puikas un n meitenes. Vai droši zināms, ka var atrast tādu bērnu, kam abās pusēs sēž pa meitenei, gadījumā, ja: a) $n = 10$, b) $n = 11$?



Komandu olimpiāde "Atvērtā Kopa"

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 9. klasei

1. Sporta klubā *FitBokss* uz skapīšiem vajadzēja uzlīmēt numuriņus, sākot ar skaitli 1, secīgi. Uzlīme ar cipariņu maksā 2 santīmus, tātad, piemēram, uzlīmēt skaitli 101 izmaksā 6 santīmus. Cik skapīši tika aplīmēti, ja kopumā uzlīmes izmaksāja 15,84 Ls?
2. Vai no figurām, kas attēlotas zemāk (drīkst izmantot abas figūras), var salikt taisnstūri, kura izmērs ir:
 - a) 6×8 rūtiņas
 - b) 6×7 rūtiņas



3. Kuri no nosacījumiem ir nepieciešami, kuri ir pietiekami, lai skaitlis dalītos ar 6 (var būt, ka kāds no nosacījumiem ir gan nepieciešams, gan pietiekams)? Pamato savas atbildes!

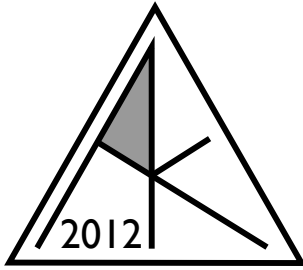
Nosacījums

- a) Dotais skaitlis dalās ar 3.
- b) Dotais skaitlis dalās ar 12.
- c) Dotais skaitlis ir 18.
- d) Dotais skaitlis dalās ar 2 un 3.
- e) Dotais skaitlis dalās ar 4 un 9.

Nepieciešams	Pietiekams

4. Dacei ir tasīte melnās tējas, kuru viņa dzer ievērojot īpašu rituālu: kad puse tasītes ir izdzerta, tā tiek uzpildīta ar pienu (un ļabi samaisīta). Sākumā tasītē ir tikai tēja, bet ar katru uzpildīšanu piena īpatsvars palielinās. Kad tējas īpatsvars tasītē ir zem 5%, Dace pārstāj malkot. Cik vienības (tasītes) piena Dace izdzers? Un cik tējas?
5. Ritvaram ir firma, kas pārdod konfektes. Pašreiz to cena ir P Ls/kg un pārdotais daudzums mēnesī ir Q kg. Apgūstot ekonomikas pamatus, Ritvars uzzināja par pieprasījuma elastības koeficientu E : cenu paaugstinot par $p\%$, pārdotais daudzums pieaug par $q\% = E \cdot p\%$ (parasti gan pārdotais daudzums samazinās, tādēļ $E < 0$). Veicot tirgus izpēti, Ritvars noskaidroja, ka pieprasījums ir neelastīgs, $E = -0.8$. Viņš veica aprēķinus: ja viņš cenu paaugstinātu par $p\%$, tad viņa ieņēmumi no konfekšu pārdošanas pieaugtu par $p\% + q\% = p\% + (-0.8)p\% = 0.2p\%$. Kādu matemātisku kļūdu Ritvars pieļāvis, mēģinot aprēķināt, kādu iespaidu uz ieņēmumiem atstās cenas izmaiņas? Kāda formula būtu pareiza? Kādā gadījumā Ritvara formula dod vērtību, kas ir tuvu pareizajai?
6. Kādu dienu klases skolēni aptaujāja viens otru, lai noskaidrotu, cik katram klasē ir draugu. Noskaidrojās, ka nav divu tādu skolēnu, kuriem būtu vienāds draugu skaits. Pierādiet, ka vismaz viens no skolēniem ir samelojis par savu draugu skaitu vai arī ir nepareizi novērtējis to! (Pieņemsim, ka draudzības ir abpusējas.)

7. Edgars brauca no Tallinas uz Kalngali pie Andras. Pusi distances viņš veica ar ātrumu 80 km/h . Ar kādu ātrumu viņam būtu jāveic atlikusī distance, lai viņa vidējais ātrums kopumā būtu 90 km/h ?
8. Nenegatīviem a, b, c pierādīt, ka
$$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a + b + c} = \frac{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2}{2}.$$
9. Marta uz tāfeles uzrakstīja četrus skaitļus: 2; 0; 1; 2, un atļāva Mārtiņam katrā gājienā jebkuriem diviem skaitļiem pieskaitīt 5. Vai Mārtiņš var panākt, ka visi skaitļi uz tāfeles ir vienādi?
10. Pierādi vai apgāz šos apgalvojumus:
- jebkuru četru pēc kārtas ņemtu veselu skaitļu summa dalās ar 4,
 - jebkuru piecu pēc kārtas ņemtu veselu skaitļu summa dalās ar 5,
 - eksistē tādi pēc kārtas ņemti seši skaitļi, kuru summa dalās ar 6.
11. Orbitrekam pieder lauksaimniecības uzņēmums. Katru mēnesi viņš savā blociņā pieraksta uzņēmuma mēneša peļņu (vai zaudējumus) latos, kā arī ar dotā mēneša valūtas kursu pārrēķina to ASV dolāros (tas var būt intervālā no 0,5 līdz 0,6 latiem par vienu dolāru). Gadā beigās viņš saskaitīja visu mēnešu peļņu/zaudējumus latos un ieguva, ka gadā kopā viņš bija nopelnījis 100 Ls. Savukārt, saskaitot ikmēneša peļņu/zaudējumus ASV dolāros, ieguva, ka šogad uzņēmumam ir bijuši zaudējumi 100 USD apmērā. Vai tā var gadīties? Ja var, tad uzrādiet piemēru!
12. Mario un Eva gāja pastaigāties parkā ap dīķi, kas ir izliekta daudzstūra formā (visi leņķi ūdens pusē ir mazāki par 180°). Mario gāja gar pašu dīķa malu, bet Eva vienmēr turējās tieši 1 metra attālumā no dīķa malas. Par cik metriem atšķīrās viņu veiktie attālumi, kad viņi bija pilnībā apgājuši apkārt dīķim?
13. Doti sviru svāri ar 16 atsvariem, kuru svāri attiecīgi ir 1 g, 2 g, ..., 16 g. Zinot, ka svēršanā jāizmanto pilnīgi visi atsvari, kādus svarus ir iespējams noteikt ar šādu atsvaru komplektu?
14. Ap ugunsgrūtu sēž pulciņš rūķīšu. Pirmajam ir par vienu monētu vairāk nekā otrajam. Tam savukārt ir par vienu vairāk nekā trešajam utt. Pirmais rūķītis iedod 1 monētu otrajam, otrais 2 monētas trešajam utt. (katrs nākamais rūķītis dod par 1 monētu vairāk). Šis process turpinās pa apli, cik ilgi iespējams. Kad tas apstājas, izrādās, ka kādam no rūķīšiem ir četrreiz vairāk monētu nekā viņa kaimiņam. Cik rūķīšu ir ap ugunsgrūtu? Cik monētu bija tam, kas sākumā bija nabagākais?
15. Pierādīt, ka visiem naturāliem n summa $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ nav pirmskaitlis.



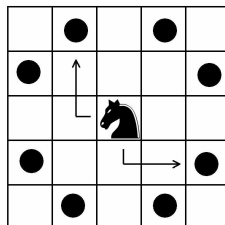
Komandu olimpiāde “Atvērtā Kopa”

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

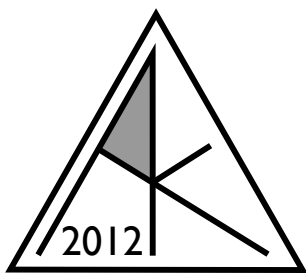
Uzdevumi 10. klasei

1. Trijstūra laukums ir 12 cm^2 . Kāds laukums ir trijstūrim, kura virsotnes atrodas dotā trijstūra malu viduspunktos?
2. 2011.g. 1. jūlijā Latvijā pēc Iedzīvotāju reģistra datiem dzīvoja 319 267 nepilsoņi (14,4% iedzīvotāju), no tiem 65,8% bija krievi, 13,5% - baltkrievi, 9,6% - ukraiņi. Krievu nepilsoņi veido 34,6% Latvijas krievu, baltkrievu nepilsoņi veido 55,3% baltkrievu, ukraiņu nepilsoņi veido 56,3% ukraiņu. Pieņemsim, ka katram Latvijas iedzīvotājam ir viens no diviem iespējamiem statusiem: “pilsonis” vai “nepilsonis”. Datu iegūšanas brīdī:
 - a) Cik iedzīvotāju ir Latvijā?
 - b) Cik Latvijas nepilsoņi ir krievi? Cik Latvijas iedzīvotāji ir krievi?
 - c) Cik Latvijas pilsoņi ir attiecīgi krievi, baltkrievi un ukraiņi (aprēķināt atsevišķi)?
 - d) Cik procentu no Latvijas pilsoņiem sastāda krievi, baltkrievi un ukraiņi, kopā ņemot?Atbildēs cilvēku skaitus noapaļot līdz tuvākajam veselajam skaitlim, procentus uzrādīt ar vienu ciparu aiz komata!
3. Dacei ir tasīte melnās tējas, kuru viņa dzer ievērojot īpašu rituālu: kad puse tasītes ir izdzerta, tā tiek uzpildīta ar pienu (un labi samaisīta). Sāukumā tasītē ir tikai tēja, bet ar katru uzpildīšanu piena īpatsvars palielinās. Kad tējas īpatsvars tasītē ir zem 5%, Dace pārstāj malkot. Cik vienības (tasītes) piena Dace izdzers? Un cik tējas?
4. Dots 11 centimetrus garš lineāls. Atrast visus veidus, kā atlikt 5 atzīmes uz lineāla (tās var atlikt tikai uz centimetru iedaļām, tai skaitā lineāla galos) tā, lai attālumi starp jebkurām divām atzīmēm būtu atšķirīgi.
5. Pierādi, ka skaitlis $n^2 + n + 1$ ir nepāra skaitlis, ja n ir vesels skaitlis.
6. Ritvaram ir firma, kas pārdod konfektes. Pašreiz to cena ir P Ls/kg un pārdotais daudzums mēnesī ir Q kg. Apgūstot ekonomikas pamatus, Ritvars uzzināja par pieprasījuma elastības koeficientu E : cenu paaugstinot par $p\%$, pārdotais daudzums pieaug par $q\% = E \cdot p\%$ (parasti gan pārdotais daudzums samazinās, tādēļ $E < 0$). Veicot tirgus izpēti, Ritvars noskaidroja, ka pieprasījums ir neelastīgs, $E = -0.8$. Viņš veica aprēķinus: ja viņš cenu paaugstinātu par $p\%$, tad viņa ieņēmumi no konfekšu pārdošanas pieaugtu par $p\% + q\% = p\% + (-0.8)p\% = 0.2p\%$. Kādu matemātisku kļūdu Ritvars pieļāvis, mēģinot aprēķināt, kādu iespaidu uz ieņēmumiem atstās cenas izmaiņas? Kāda formula būtu pareiza? Kādā gadījumā Ritvara formula dod vērtību, kas ir tuvu pareizajai?
7. Kādu dienu klases skolēni aptaujāja viens otru, lai noskaidrotu, cik katram klasē ir draugu. Noskaidrojās, ka nav divu tādu skolēnu, kuriem būtu vienāds draugu skaits. Pierādiet, ka vismaz viens no skolēniem ir samelojis par savu draugu skaitu vai arī ir nepareizi novērtējis to! (Pieņemsim, ka draudzības ir abpusējas.)

8. Edgars brauca no Tallinas uz Kalngali pie Andras. Pusi distances viņš veica ar ātrumu 80 km/h . Ar kādu ātrumu viņam būtu jāveic atlikusī distance, lai viņa vidējais ātrums kopumā būtu 90 km/h ?
9. Kāds ir lielākais daudzums šaha zirdziņu, ko var uzlikt uz šaha laukuma, tā, lai neviens zirdziņš nebūtu pa sitenam nevienam citam zirdziņam? Šaha zirdziņa gājieni shematiski attēloti zīmējumā.



10. Dots, ka z un r ir nenegatīvi veseli skaitļi un $z + r + zr = 2012$. Cik dažādas vērtības ir iespējamas summai $z + r$?
11. Ap apaļu galdu sēž n puikas un n meitenes. Vai droši zināms, ka var atrast tādu bērnu, kam abās pusēs sēž pa meitenei, gadījumā, ja: a) $n = 10$, b) $n = 11$?
12. Kāds ir lielākais iespējamais laukums trijstūrim, ko var pilnībā saturēt kvadrāts ar malas garumu 1?
13. Pierādīt, ka visiem pozitīviem a un b ir spēkā $\sqrt{ab} \geq \frac{2}{1/a + 1/b}$.
14. Klasē ir m meitenes un n zēni. Visi sastājās vienā rindā pēc auguma, un katrs zēns izskaitēja, cik meiteņu ir īsākas par viņu. Tad audzinātāja iegūtos skaitļus saskaitīja, summā iegūstot A . Treneris savukārt rindu sanumurēja no 1 līdz $n + m$, sākot ar īsāko un beidzot ar garāko. Tad viņš sasummēja zēniem piešķirtos kārtas numurus, iegūstot skaitli T . Pierādīt, ka $T = A + n(n + 1)/2$.
15. Entuziasti katru gadu organizē matemātikas olimpiādi, kuras uzdevumu komplekts sastāv no 35 uzdevumiem. Tie tiek sadalīti pa piecām klašu grupām, katrā pa 15 uzdevumiem (katrs uzdevums tiek ielikts vismaz vienas klašu grupas uzdevumu komplektā). Ar V apzīmēsim vidējo kopīgo uzdevumu skaitu starp katrām divām klašu grupām. Kāda ir minimālā un kāda ir maksimālā V vērtība?



Komandu olimpiāde “Atvērtā Kopa”

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 11. klasei

1. Sporta klubā *FitBokss* uz skapīšiem vajadzēja uzlīmēt numuriņus, sākot ar skaitli 1, secīgi. Uzlīme ar cipariņu maksā 2 santīmus, tātad, piemēram, uzlīmēt skaitli 101 izmaksā 6 santīmus. Cik skapīši tika aplīmēti, ja kopumā uzlīmes izmaksāja 15,84 Ls?
2. Albijs un Pīrādziņš apprecējās sestdien 2012. gada 18. augustā. Kāda nedēļas diena būs viņu zelta kāzās pēc 50 gadiem?
3. Dacei ir tasīte melnās tējas, kuru viņa dzer ievērojot īpašu rituālu: kad puse tasītes ir izdzerta, tā tiek uzpildīta ar pienu (un labi samaisīta). Sākumā tasītē ir tikai tēja, bet ar katru uzpildīšanu piena īpatsvars palielinās. Kad tējas īpatsvars tasītē ir zem 5%, Dace pārstāj malkot. Cik vienības (tasītes) piena Dace izdzers? Un cik tējas?
4. Marta uz tāfeles uzrakstīja četrus skaitļus: 2; 0; 1; 2, un atļāva Mārtiņam katrā gājienā jebkuriem diviem skaitļiem pieskaitīt 5. Vai Mārtiņš var panākt, ka visi skaitļi uz tāfeles ir vienādi?
5. Pa līnijveida maršutu turp un atpakaļ kursē autobusi. Pieturu skaits turpceļā un atpakaļceļā ir vienāds un tās atrodas viena otrai pretim. Pilsētas leģenda vēsta, ja jebkurā pieturā, gaidot autobusu, tiek novērots, ka pretējā pieturā pienāk šī paša maršuta autobuss, tad arī šajā pieturā tūlīt pienāks autobuss (drīkst pieņemt, ka autobusi šajā gadījumā pretējās pieturās pienākuši vienlaicīgi). Kādiem nosacījumiem jāizpildās, lai šī leģenda tiešām būtu spēkā?
6. Pierādi vai apgāz šos apgalvojumus:
 - a) jebkuru četru pēc kārtas ņemtu veselu skaitļu summa dalās ar 4,
 - b) jebkuru piecu pēc kārtas ņemtu veselu skaitļu summa dalās ar 5,
 - c) eksistē tādi pēc kārtas ņemti seši skaitļi, kuru summa dalās ar 6.
7. Nenegatīviem a, b, c pierādīt, ka
$$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a + b + c} = \frac{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2}{2}.$$
8. Ap apaļu galdu sēž n puikas un n meitenes. Vai droši zināms, ka var atrast tādu bērnu, kam abās pusēs sēž pa meitenei, gadījumā, ja: a) $n = 10$, b) $n = 11$?
9. Studentu asociācijas nosaukumā jābūt tieši trīs lielajiem burtiem, turklāt dažādiem un alfabētiskā secībā. Cik dažādi asociāciju nosaukumi ir iespējami, ja drīkst izmantot tikai latviešu alfabētu, kurā ir 33 burti?
10. Pierādi, ka starp jebkuriem diviem dažādiem racionāliem skaitļiem ir vēl kāds racionāls skaitlis.
11. Kāds ir lielākais iespējamais laukums trijstūrim, ko var pilnībā saturēt kvadrāts ar malas garumu 1?

12. *Piezīme:* šajā jautājumā nav nepieciešamas nekādas iepriekšējas ķīmijas zināšanas. Sajauktā kārtībā uzrakstītas sešu molekulu formulas un nosaukumi:

C_3H_8 , C_4H_6 , C_3H_4 , C_4H_8 , C_7H_{14} , C_2H_2 ;
heptēns, butīns, propāns, butēns, etīns, propīns.

- a) Piekārto katrai formulai atbilstošo nosaukumu. Pamato savu atbildi!
b) Uzraksti nosaukumu šādām molekulām: C_2H_4 , C_2H_6 , C_7H_{12} .
c) Uzraksti formulas šādām molekulām: propēns, butāns.
13. Rihardam ir bļoda, no kuras viņš reizēm ēd brokastu pārslas un pēc tam to nekad nemazgā. Katru dienu viņš lieto bļodu ar varbūtību $2/3$, neatkarīgi no citām dienām. Svētdienas vakarā bļoda ir netīra. Sekojošajā nedēļā, cik dienās vidēji Rihards lietos bļodu (un atklās ka tā ir netīra)?
14. Entuziasti katru gadu organizē matemātikas olimpiādi, kuras uzdevumu komplekts sastāv no 35 uzdevumiem. Tie tiek sadalīti pa piecām klašu grupām, katrā pa 15 uzdevumiem (katrs uzdevums tiek ielikts vismaz vienas klašu grupas uzdevumu komplektā). Ar V apzīmēsim vidējo kopīgo uzdevumu skaitu starp katrām divām klašu grupām. Kāda ir minimālā un kāda ir maksimālā V vērtība?
15. Uz pusriņķa ar rādiusu 1 ir nobalansēts kvadrāts ar malas garumu a . Kādām a vērtībām kvadrāts ir stabilā stāvoklī? *Padoms:* lai atbildētu, pagāžam kvadrātu nedaudz uz sānu. Tā kā kvadrāts neslīd, bet veļas, tad nogriežņa BP garums ir vienāds ar loka RP garumu (P ir pieskaršanās punkts). Nogrieznis AC ir vertikāls. Ja $|BC| < |BP|$, tad kvadrāts atvelsies atpakaļ sākuma stāvoklī (stabils), citādi ne. Maziem leņķiem spēkā $\text{tg } \alpha \approx 2\pi\alpha/360^\circ$.

