



Komandu olimpiāde “Atvērtā Kopa”

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 9. klasei

1. Sporta klubā *FitBokss* uz skapīšiem vajadzēja uzlīmēt numuriņus, sākot ar skaitli 1, secīgi. Uzlīme ar cipariņu maksā 2 santīmus, tātad, piemēram, uzlīmēt skaitli 101 izmaksā 6 santīmus. Cik skapīši tika aplīmēti, ja kopumā uzlīmes izmaksāja 15,84 Ls?
2. Vai no figurām, kas attēlotas zemāk (drīkst izmantot abas figūras), var salikt taisnstūri, kura izmērs ir:
 - a) 6×8 rūtiņas
 - b) 6×7 rūtiņas



3. Kuri no nosacījumiem ir nepieciešami, kuri ir pietiekami, lai skaitlis dalītos ar 6 (var būt, ka kāds no nosacījumiem ir gan nepieciešams, gan pietiekams)? Pamato savas atbildes!

Nosacījums

- a) Dotais skaitlis dalās ar 3.
- b) Dotais skaitlis dalās ar 12.
- c) Dotais skaitlis ir 18.
- d) Dotais skaitlis dalās ar 2 un 3.
- e) Dotais skaitlis dalās ar 4 un 9.

Nepieciešams	Pietiekams

4. Dacei ir tasīte melnās tējas, kuru viņa dzer ievērojot īpašu rituālu: kad puse tasītes ir izdzerta, tā tiek uzpildīta ar pienu (un ļabi samaisīta). Sākumā tasītē ir tikai tēja, bet ar katru uzpildīšanu piena īpatsvars palielinās. Kad tējas īpatsvars tasītē ir zem 5%, Dace pārstāj malkot. Cik vienības (tasītes) piena Dace izdzers? Un cik tējas?
5. Ritvaram ir firma, kas pārdod konfektes. Pašreiz to cena ir P Ls/kg un pārdotais daudzums mēnesī ir Q kg. Apgūstot ekonomikas pamatus, Ritvars uzzināja par pieprasījuma elastības koeficientu E : cenu paaugstinot par $p\%$, pārdotais daudzums pieaug par $q\% = E \cdot p\%$ (parasti gan pārdotais daudzums samazinās, tādēļ $E < 0$). Veicot tirgus izpēti, Ritvars noskaidroja, ka pieprasījums ir neelastīgs, $E = -0.8$. Viņš veica aprēķinus: ja viņš cenu paaugstinātu par $p\%$, tad viņa ieņēmumi no konfekšu pārdošanas pieaugtu par $p\% + q\% = p\% + (-0.8)p\% = 0.2p\%$. Kādu matemātisku kļūdu Ritvars pieļāvis, mēģinot aprēķināt, kādu iespaidu uz ieņēmumiem atstās cenas izmaiņas? Kāda formula būtu pareiza? Kādā gadījumā Ritvara formula dod vērtību, kas ir tuvu pareizajai?
6. Kādu dienu klases skolēni aptaujāja viens otru, lai noskaidrotu, cik katram klasē ir draugu. Noskaidrojās, ka nav divu tādu skolēnu, kuriem būtu vienāds draugu skaits. Pierādiet, ka vismaz viens no skolēniem ir samelojis par savu draugu skaitu vai arī ir nepareizi novērtējis to! (Pieņemsim, ka draudzības ir abpusējas.)

7. Edgars brauca no Tallinas uz Kalngali pie Andras. Pusi distances viņš veica ar ātrumu 80 km/h . Ar kādu ātrumu viņam būtu jāveic atlikusī distance, lai viņa vidējais ātrums kopumā būtu 90 km/h ?
8. Nenegatīviem a, b, c pierādīt, ka
$$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a + b + c} = \frac{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2}{2}.$$
9. Marta uz tāfeles uzrakstīja četrus skaitļus: 2; 0; 1; 2, un atļāva Mārtiņam katrā gājienā jebkuriem diviem skaitļiem pieskaitīt 5. Vai Mārtiņš var panākt, ka visi skaitļi uz tāfeles ir vienādi?
10. Pierādi vai apgāz šos apgalvojumus:
- jebkuru četru pēc kārtas ņemtu veselu skaitļu summa dalās ar 4,
 - jebkuru piecu pēc kārtas ņemtu veselu skaitļu summa dalās ar 5,
 - eksistē tādi pēc kārtas ņemti seši skaitļi, kuru summa dalās ar 6.
11. Orbitrekam pieder lauksaimniecības uzņēmums. Katru mēnesi viņš savā blociņā pieraksta uzņēmuma mēneša peļņu (vai zaudējumus) latos, kā arī ar dotā mēneša valūtas kursu pārrēķina to ASV dolāros (tas var būt intervālā no 0,5 līdz 0,6 latiem par vienu dolāru). Gadā beigās viņš saskaitīja visu mēnešu peļņu/zaudējumus latos un ieguva, ka gadā kopā viņš bija nopelnījis 100 Ls. Savukārt, saskaitot ikmēneša peļņu/zaudējumus ASV dolāros, ieguva, ka šogad uzņēmumam ir bijuši zaudējumi 100 USD apmērā. Vai tā var gadīties? Ja var, tad uzrādiet piemēru!
12. Mario un Eva gāja pastaigāties parkā ap dīķi, kas ir izliekta daudzstūra formā (visi leņķi ūdens pusē ir mazāki par 180°). Mario gāja gar pašu dīķa malu, bet Eva vienmēr turējās tieši 1 metra attālumā no dīķa malas. Par cik metriem atšķīrās viņu veiktie attālumi, kad viņi bija pilnībā apgājuši apkārt dīķim?
13. Doti sviru svāri ar 16 atsvariem, kuru svāri attiecīgi ir 1 g, 2 g, ..., 16 g. Zinot, ka svēršanā jāizmanto pilnīgi visi atsvari, kādus svarus ir iespējams noteikt ar šādu atsvaru komplektu?
14. Ap ugunsgrūtu sēž pulciņš rūķīšu. Pirmajam ir par vienu monētu vairāk nekā otrajam. Tam savukārt ir par vienu vairāk nekā trešajam utt. Pirmais rūķītis iedod 1 monētu otrajam, otrs 2 monētas trešajam utt. (katrs nākamais rūķītis dod par 1 monētu vairāk). Šis process turpinās pa apli, cik ilgi iespējams. Kad tas apstājas, izrādās, ka kādam no rūķīšiem ir četrreiz vairāk monētu nekā viņa kaimiņam. Cik rūķīšu ir ap ugunsgrūtu? Cik monētu bija tam, kas sākumā bija nabagākais?
15. Pierādīt, ka visiem naturāliem n summa $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$ nav pirmskaitlis.