



## Komandu olimpiāde “Atvērtā Kopa”

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

### Uzdevumi 11. klasei

1. Sporta klubā *FitBokss* uz skapīšiem vajadzēja uzlīmēt numuriņus, sākot ar skaitli 1, secīgi. Uzlīme ar cipariņu maksā 2 santīmus, tātad, piemēram, uzlīmēt skaitli 101 izmaksā 6 santīmus. Cik skapīši tika aplīmēti, ja kopumā uzlīmes izmaksāja 15,84 Ls?
2. Albijs un Pīrādziņš apprecējās sestdien 2012. gada 18. augustā. Kāda nedēļas diena būs viņu zelta kāzās pēc 50 gadiem?
3. Dacei ir tasīte melnās tējas, kuru viņa dzer ievērojot īpašu rituālu: kad puse tasītes ir izdzerta, tā tiek uzpildīta ar pienu (un labi samaisīta). Sākumā tasītē ir tikai tēja, bet ar katru uzpildīšanu piena īpatsvars palielinās. Kad tējas īpatsvars tasītē ir zem 5%, Dace pārstāj malkot. Cik vienības (tasītes) piena Dace izdzers? Un cik tējas?
4. Marta uz tāfeles uzrakstīja četrus skaitļus: 2; 0; 1; 2, un atļāva Mārtiņam katrā gājienā jebkuriem diviem skaitļiem pieskaitīt 5. Vai Mārtiņš var panākt, ka visi skaitļi uz tāfeles ir vienādi?
5. Pa līnijveida maršutu turp un atpakaļ kursē autobusi. Pieturu skaits turpceļā un atpakaļceļā ir vienāds un tās atrodas viena otrai pretim. Pilsētas leģenda vēsta, ja jebkurā pieturā, gaidot autobusu, tiek novērots, ka pretējā pieturā pienāk šī paša maršuta autobuss, tad arī šajā pieturā tūlīt pienāks autobuss (drīkst pieņemt, ka autobusi šajā gadījumā pretējās pieturās pienākuši vienlaicīgi). Kādiem nosacījumiem jāizpildās, lai šī leģenda tiešām būtu spēkā?
6. Pierādi vai apgāz šos apgalvojumus:
  - a) jebkuru četru pēc kārtas ņemtu veselu skaitļu summa dalās ar 4,
  - b) jebkuru piecu pēc kārtas ņemtu veselu skaitļu summa dalās ar 5,
  - c) eksistē tādi pēc kārtas ņemti seši skaitļi, kuru summa dalās ar 6.
7. Nenegatīviem  $a, b, c$  pierādīt, ka 
$$\frac{a^3 + b^3 + c^3 - 3abc}{a + b + c} = \frac{(a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2}{2}.$$
8. Ap apaļu galdu sēž  $n$  puikas un  $n$  meitenes. Vai droši zināms, ka var atrast tādu bērnu, kam abās pusēs sēž pa meitenei, gadījumā, ja: a)  $n = 10$ , b)  $n = 11$ ?
9. Studentu asociācijas nosaukumā jābūt tieši trīs lielajiem burtiem, turklāt dažādiem un alfabētiskā secībā. Cik dažādi asociāciju nosaukumi ir iespējami, ja drīkst izmantot tikai latviešu alfabētu, kurā ir 33 burti?
10. Pierādi, ka starp jebkuriem diviem dažādiem racionāliem skaitļiem ir vēl kāds racionāls skaitlis.
11. Kāds ir lielākais iespējamais laukums trijstūrim, ko var pilnībā saturēt kvadrāts ar malas garumu 1?

12. *Piezīme:* šajā jautājumā nav nepieciešamas nekādas iepriekšējas ķīmijas zināšanas. Sajauktā kārtībā uzrakstītas sešu molekulu formulas un nosaukumi:

$C_3H_8$ ,  $C_4H_6$ ,  $C_3H_4$ ,  $C_4H_8$ ,  $C_7H_{14}$ ,  $C_2H_2$ ;  
heptēns, butīns, propāns, butēns, etīns, propīns.

- a) Piekārto katrai formulai atbilstošo nosaukumu. Pamato savu atbildi!  
b) Uzraksti nosaukumu šādām molekulām:  $C_2H_4$ ,  $C_2H_6$ ,  $C_7H_{12}$ .  
c) Uzraksti formulas šādām molekulām: propēns, butāns.
13. Rihardam ir bļoda, no kuras viņš reizēm ēd brokastu pārslas un pēc tam to nekad nemazgā. Katru dienu viņš lieto bļodu ar varbūtību  $2/3$ , neatkarīgi no citām dienām. Svētdienas vakarā bļoda ir netīra. Sekojošajā nedēļā, cik dienās vidēji Rihards lietos bļodu (un atklās ka tā ir netīra)?
14. Entuziasti katru gadu organizē matemātikas olimpiādi, kuras uzdevumu komplekts sastāv no 35 uzdevumiem. Tie tiek sadalīti pa piecām klašu grupām, katrā pa 15 uzdevumiem (katrs uzdevums tiek ielikts vismaz vienas klašu grupas uzdevumu komplektā). Ar  $V$  apzīmēsim vidējo kopīgo uzdevumu skaitu starp katrām divām klašu grupām. Kāda ir minimālā un kāda ir maksimālā  $V$  vērtība?
15. Uz pusriņķa ar rādiusu 1 ir nobalansēts kvadrāts ar malas garumu  $a$ . Kādām  $a$  vērtībām kvadrāts ir stabilā stāvoklī? *Padoms:* lai atbildētu, pagāžam kvadrātu nedaudz uz sānu. Tā kā kvadrāts neslīd, bet veļas, tad nogriežņa  $BP$  garums ir vienāds ar loka  $RP$  garumu ( $P$  ir pieskaršanās punkts). Nogrieznis  $AC$  ir vertikāls. Ja  $|BC| < |BP|$ , tad kvadrāts atvelsies atpakaļ sākuma stāvoklī (stabils), citādi ne. Maziem leņķiem spēkā  $\text{tg } \alpha \approx 2\pi\alpha/360^\circ$ .

