

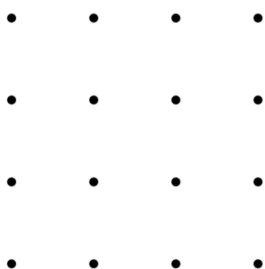




## Komandu olimpiāde „Atvērtā Kopa”

Katru uzdevumu vērtē ar  $0 \div 5$  punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas. Rakstot atrisinājumus, uzrādiet risinājuma gaitu!

### Uzdevumi 7. klasei

1. Doti seši nogriežņi ar garumiem 1, 3, 5, 8, 9, 10 cm. Vai, izmantojot visus norādītos nogriežņus, var sastādīt trīs vienāda garuma nogriežņus?
2. Cik ir dažāda garuma nogriežņu ar galapunktiem kuba virsotnēs?
3. Atrodi skaitli starp:
  - a)  $\frac{1}{3}$  un  $\frac{1}{4}$
  - b)  $\frac{1}{14}$  un  $\frac{1}{15}$
  - c)  $\frac{1}{n}$  un  $\frac{1}{n+1}$ , kur  $n$  – naturāls.
4. Pierādi, ka kvadrātu var sagriezt divos vienādos  $n$ -stūros, kur  $3 \leq n \leq 5$ .
5. Pierādi, ka taisnstūra kontūru nevar sagriezt trīs vienādās figūrās.
6. Dotas trīs taisnes, kas krustojas vienā punktā. Pierādi, ka vismaz viens no leņķiem, ko veido šīs taisnes krustojoties, nepārsniedz  $60^\circ$ !
7. Doti 16 punkti, kas izkārtoti, kā parādīts zīmējumā. Vai var uzzīmēt 16-stūri, kura visas virsotnes atrodas šajos punktos?



8. Vai no 5 šādām figūriņām  un 3 šādām figūriņām  ir iespējams izveidot taisnstūri?
9. Andjiks piedalījās velokrosa sacensībās, kurās kopā bija janominās 11 apļi. Esot distancē a-tajā aplī viņš konstatēja, ka sacensību līderis ir viņu apdzinis par b apļiem. Kāda var būt maksimālā a un b summa?

**10.** Uzzīmēt tādu

- a) 10-stūri,
- b) 12-stūri,

kuram piemīt īpašība: uz katras taisnes, uz kuras atrodas daudzstūra viena mala, atrodas vēl tieši viena cita šī daudzstūra mala.

**11.** Trīs zaķi – Ašais, Brašais un Cietušais – joņo 1 km distanci. Kad Ašais finišē, Brašais ir 200 metrus aiz viņa. Savukārt, kad finišē Brašais, Cietušais ir 300 m aiz viņa. Cik metrus no finiša bija Cietušais brīdī, kad finišējā Ašais? (Visi zaķi distancē saglabā vienmērīgu ātrumu.)

**12.** Telpā ir 4 neieslēgtas spuldzītes. Ārpus telpas ir 4 slēdži – ar pirmajiem diviem slēdžiem, katram mainot stāvokli (no ieslēgtas uz izslēgtu vai no izslēgtas uz ieslēgtu) divām spuldzītēm, var nomainīt stāvokli visām četrām spuldzītēm, ar otrajiem diviem slēdžiem, katram nomainot stāvokli vienai spuldzītei, var nomainīt stāvokli tikai 2 spuldzītēm. Esot ārpus telpas, spuldzītes nav iespējams redzēt, bet drīkst ieiet telpā un apskatīties spuldzīšu stāvokli. Kāds ir mazākais iespējamais reižu skaits, kurā jāapskatās spuldzīšu stāvoklis, lai varētu precīzi noteikt, kuri slēdži ieslēdz kuras spuldzītes?

**13.** Mārtiņš saviem skolēniem iedeva testu ar 7 jautājumiem, katrā jautājumā 3 atbilžu varianti, no kuriem tieši 1 ir pareizs. Mārtiņš izlaboja testus un katram pierakstīja, cik ir pareizas atbildes, bet pats pazaudēja atbilžu lapu. Vai Mārtiņš no skolēnu atbildēm un rezultātiem var noskaidrot, kuras ir pareizās atbildes (atbildes sakārtotas jautājumu secībā)?

Skolēna Nr.	Skolēnu atbildes	Pareizas
1	c b b a c c c	2
2	b a b a b b c	1
3	c b c c b b c	1
4	a c a b c a a	2
5	a b b b c c c	3
6	b a b b a c b	4
7	b b c c a b c	2
8	a c c b a c a	4

**14.** Edgars Zanei piedāvā nopirkt tēju, ja viņa uzvarēs sekojošajā spēlē. Uz galda pa apli noliek

- a) 6, b) 10 monētas ar ciparu uz augšu. Zane var norādīt uz kādu no monētām ar ciparu uz augšu un apgriezt vienu no monētām, kas atrodas trīs monētu attālumā no norādītās (starp norādīto un griežamo jābūt divām citām monētām), bet tikai tad, ja tā ir ar ciparu uz augšu. Zane var turpināt spēli, kamēr vairs nevar apgriezt nevienu no monētām. Zane uzvar, ja neapgriezta palikusi ne vairāk kā viena monēta. Vai Zane var dabūt tēju no Edgara?

**15.** Uz tāfeles uzrakstīti skaitļi no 1 līdz 6. Mārtiņš un Marta spēlē spēli, kur viņi viens pēc otra (Mārtiņš sāk pirmais) katra uz tāfeles uzrakstītā skaitļa vietā uzraksta tā reizinājumu ar jebkuru sevis izvēlētu naturālu skaitli, kurš nedalās ar 7. Mārtiņš uzvarēs tad, ja kādā brīdī uz tāfeles nebūs neviena skaitļa, kuru, dalot ar 7, atlikumā paliks a, kur veselu skaitli a ( $0 < a < 7$ ) viņš pats pirms spēles ir izvēlējis. Vai Mārtiņš var uzvarēt?

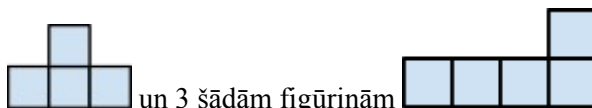


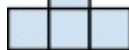

## Komandu olimpiāde „Atvērtā Kopa”

Katru uzdevumu vērtē ar 0 ÷ 5 punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas. Rakstot atrisinājumus, uzrādiet risinājuma gaitu!

### Uzdevumi 8. klasei

1. Doti seši nogriežņi ar garumiem 1, 3, 5, 8, 9, 10 cm. Vai, izmantojot visus norādītos nogriežņus, var sastādīt trīs vienāda garuma nogriežņus?
2. Atrodi skaitli starp:
  - a)  $\frac{1}{3}$  un  $\frac{1}{4}$
  - b)  $\frac{1}{14}$  un  $\frac{1}{15}$
  - c)  $\frac{1}{n}$  un  $\frac{1}{n+1}$ , kur  $n$  – naturāls.
3. Cik ir dažāda garuma nogriežņu ar galapunktiem kuba virsotnēs? Pamato, ka nogriežņi tiešām sanāk ar dažādiem garumiem!
4. Dotas trīs taisnes, kas krustojas vienā punktā. Pierādi, ka vismaz viens no leņķiem, ko veido šīs taisnes krustojoties, nepārsniedz  $60^\circ$ !



5. Vai no 5 šādām figūriņām  un 3 šādām figūriņām  ir iespējams izveidot taisnstūri?
6. Andjiks piedalījās velokrosa sacensībās, kurās kopā bija janominās 11 apļi. Esot distancē a-tajā aplī viņš konstatēja, ka sacensību līderis ir viņu apdzinis par b apļiem. Kāda var būt maksimālā a un b summa?
7. Uzzīmēt tādu
  - a) 10-stūri,
  - b) 12-stūri, kuram piemīt īpašība: uz katras taisnes, uz kuras atrodas daudzstūra viena mala, atrodas vēl tieši viena cita šī daudzstūra mala.
8. Trīs zaķi – Ašais, Brašais un Cietušais – joņo 1 km distanci. Kad Ašais finišē, Brašais ir 200 metrus aiz viņa. Savukārt, kad finišē Brašais, Cietušais ir 300 m aiz viņa. Cik metrus no finiša bija Cietušais brīdī, kad finišējā Ašais? (Visi zaķi distancē saglabā vienmērīgu ātrumu.)

9. Telpā ir 4 neieslēgtas spuldzītes. Ārpus telpas ir 4 slēdži – ar pirmajiem diviem slēdžiem, katram mainot stāvokli (no ieslēgtas uz izslēgtu vai no izslēgtas uz ieslēgtu) divām spuldzītēm, var nomainīt stāvokli visām četrām spuldzītēm, ar otrajiem diviem slēdžiem, katram nomainot stāvokli vienai spuldzītei, var nomainīt stāvokli tikai 2 spuldzītēm. Esot ārpus telpas, spuldzītes nav iespējams redzēt, bet drīkst iet telpā un apskatīties spuldzīšu stāvokli. Kāds ir mazākais iespējamais reižu skaits, kurā jāapskatās spuldzīšu stāvoklis, lai varētu precīzi noteikt, kuri slēdži ieslēdz kuras spuldzītes?

10. Dots trijstūris ar malām  $a, b, c$ . Pierādīt, ka  $2abc > a^3 - ab^2 - ac^2$ .

11. Mārtiņš saviem skolēniem iedeva testu ar 7 jautājumiem, katrā jautājumā 3 atbilžu varianti, no kuriem tieši 1 ir pareizs. Mārtiņš izlaboja testus un katram pierakstīja, cik ir pareizas atbildes, bet pats pazaudēja atbilžu lapu. Vai Mārtiņš no skolēnu atbildēm un rezultātiem var noskaidrot, kuras ir pareizās atbildes (atbildes sakārtotas jautājumu secībā)?

Skolēna Nr.	Skolēnu atbildes	Pareizas
1	c b b a c c c	2
2	b a b a b b c	1
3	c b c c b b c	1
4	a c a b c a a	2
5	a b b b c c c	3
6	b a b b a c b	4
7	b b c c a b c	2
8	a c c b a c a	4

12. Edgars Zanei piedāvā nopirkt tēju, ja viņa uzvarēs sekojošajā spēlē. Uz galda pa apli noliek a) 6, b) 10 monētas ar ciparu uz augšu. Zane var norādīt uz kādu no monētām ar ciparu uz augšu un apgriezt vienu no monētām, kas atrodas trīs monētu attālumā no norādītās (starp norādīto un griežamo jābūt divām citām monētām), bet tikai tad, ja tā ir ar ciparu uz augšu. Zane var turpināt spēli, kamēr vairs nevar apgriezt nevienu no monētām. Zane uzvar, ja neapgriezta palikusi ne vairāk kā viena monēta. Vai Zane var dabūt tēju no Edgara?

13. Doti  $n$  ( $n > 6$ ) atsvari, kuru masas ir attiecīgi 1 grams, 2 grami, ...,  $n$  grami. Tie salikti divos svaru kausos tā, ka svāri ir līdzsvarā. Vai vienmēr var noņemt no svāriem 3 atsvarus tā, lai pēc tam svāri atkal būtu līdzsvarā?

14. Uz tāfeles uzrakstīti skaitļi no 1 līdz 6. Mārtiņš un Marta spēlē spēli, kur viņi viens pēc otra (Mārtiņš sāk pirmais) katra uz tāfeles uzrakstītā skaitļa vietā uzraksta tā reizinājumu ar jebkuru sevis izvēlētu naturālu skaitli, kurš nedalās ar 7. Mārtiņš uzvarēs tad, ja kādā brīdī uz tāfeles nebūs neviena skaitļa, kuru, dalot ar 7, atlikumā paliks  $a$ , kur veselu skaitli  $a$  ( $0 < a < 7$ ) viņš pats pirms spēles ir izvēlējis. Vai Mārtiņš var uzvarēt?

15. Dots, ka  $a > b > c$ . Pierādīt  $(a^2 + bc)(a + b) < 2(a^3 + b^2c)$ .



## Komandu olimpiāde „Atvērtā Kopa”

Katru uzdevumu vērtē ar  $0 \div 5$  punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas. Rakstot atrisinājumus, uzrādiet risinājuma gaitu!

### Uzdevumi 9. klasei

- Atrodi skaitli starp:
  - $\frac{1}{3}$  un  $\frac{1}{4}$
  - $\frac{1}{14}$  un  $\frac{1}{15}$
  - $\frac{1}{n}$  un  $\frac{1}{n+1}$ , kur  $n$  – naturāls.
- Cik ir dažāda garuma nogriežņu ar galapunktiem kuba virsotnēs? Pamato, ka nogriežņi tiešām sanāk ar dažādiem garumiem!
- Pierādi, ka kvadrātu var sagriezt divos vienādos  $n$ -stūros, kur  $3 \leq n \leq 7$ .
- Dotas trīs taisnes, kas krustojas vienā punktā. Pierādi, ka vismaz viens no leņķiem, ko veido šīs taisnes krustojoties, nepārsniedz  $60^\circ$ !
- Andjiks piedalījās velokrosa sacensībās, kurās kopā bija janominās 11 apļi. Esot distancē  $a$ -tajā aplī viņš konstatēja, ka sacensību līderis ir viņu apdzinis par  $b$  apļiem. Kāda var būt maksimālā  $a$  un  $b$  summa?
- Uzzīmēt tādu
  - 10-stūri,
  - 12-stūri,kuram piemīt īpašība: uz katras taisnes, uz kuras atrodas daudzstūra viena mala, atrodas vēl tieši viena cita šī daudzstūra mala.
- Trīs zaķi – Ašais, Brašais un Cietušais – joņo 1 km distanci. Kad Ašais finišē, Brašais ir 200 metrus aiz viņa. Savukārt, kad finišē Brašais, Cietušais ir 300 m aiz viņa. Cik metrus no finiša bija Cietušais brīdī, kad finišējā Ašais? (Visi zaķi distancē saglabā vienmērīgu ātrumu.)
- Doti naturāls skaitlis  $n$ , kura visi dalītāji attiecīgi ir  $d_1, d_2, d_3, \dots, d_k$ . Kādiem  $n$  ir spēkā vienādība  $d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_k = \frac{n}{d_1} + \frac{n}{d_2} + \frac{n}{d_3} + \dots + \frac{n}{d_k}$  ?
- Doti vienādojums  $x^2 + px + q = 0$ . Atrast visas  $p$  un  $q$  vērtības, kuras sakrīt ar atbilstošā vienādojuma saknēm.

10. Plaknē atzīmēti a) 4 punkti, b) 5 punkti, no kuriem nevieni trīs nav uz vienas taisnes. Kāda ir lielākā iespējamā vērtība mazākajam no leņķiem, ko veido jebkuri trīs no šiem punktiem?
11. Edgars Zanei piedāvā nopirkt tēju, ja viņa uzvarēs sekojošajā spēlē. Uz galda pa apli noliek a) 6 b) 10 monētas ar ciparu uz augšu. Zane var norādīt uz kādu no monētām ar ciparu uz augšu un apgriezt vienu no monētām, kas atrodas trīs monētu attālumā no norādītās (starp norādīto un griežamo jābūt divām citām monētām), bet tikai tad, ja tā ir ar ciparu uz augšu. Zane var turpināt spēli, kamēr vairs nevar apgriezt nevienu no monētām. Zane uzvar, ja neapgriezta palikusi ne vairāk kā viena monēta. Vai Zane var dabūt tēju no Edgara?
12. Doti  $n$  ( $n > 6$ ) atsvari, kuru masas ir attiecīgi 1 grams, 2 grami, . . . ,  $n$  grami. Tie salikti divos svaru kausos tā, ka svāri ir līdzsvarā. Vai vienmēr var noņemt no svāriem 3 atsvarus tā, lai pēc tam svāri atkal būtu līdzsvarā?
13. Reāliem skaitļiem  $a, b, c$  pierādīt  $(a+b+c)(a+b+c) \leq 3(a^2+b^2+c^2)$ .
14. Uz tāfeles uzrakstīti skaitļi no 1 līdz 6. Mārtiņš un Marta spēlē spēli, kur viņi viens pēc otra (Mārtiņš sāk pirmais) katra uz tāfeles uzrakstītā skaitļa vietā uzraksta tā reizinājumu ar jebkuru sevis izvēlētu naturālu skaitli, kurš nedalās ar 7. Mārtiņš uzvarēs tad, ja kādā brīdī uz tāfeles nebūs neviena skaitļa, kuru, dalot ar 7, atlikumā paliks  $a$ , kur veselu skaitli  $a$  ( $0 < a < 7$ ) viņš pats pirms spēles ir izvēlējis. Vai Mārtiņš var uzvarēt?
15. Dots, ka  $a > b > c$ . Pierādīt  $(a^2+bc)(a+b) < 2(a^3+b^2c)$ .





## Komandu olimpiāde „Atvērtā Kopa”

Katru uzdevumu vērtē ar  $0 \div 5$  punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas. Rakstot atrisinājumus, uzrādiet risinājuma gaitu!

### Uzdevumi 10. klasei

1. Trapeces ABCD diagonāles krustojas punktā O. Pierādi, ka trijstūru ABO un COD laukumi ir vienādi.
2. Pierādi, ka kvadrātu var sagriezt divos vienādos n-stūros, kur  $3 \leq n \leq 7$ .

3. Vai no 5 šādām figūriņām  un 4 šādām figūriņām  ir iespējams izveidot taisnstūri?

4. Trīs zaķi – Ašais, Brašais un Cietušais – joņo 1 km distanci. Kad Ašais finišē, Brašais ir 200 metrus aiz viņa. Savukārt, kad finišē Brašais, Cietušais ir 300 m aiz viņa. Cik metrus no finiša bija Cietušais brīdī, kad finišējā Ašais? (Visi zaķi distancē saglabā vienmērīgu ātrumu.)

5. Dots naturāls skaitlis n, kura visi dalītāji attiecīgi ir  $d_1, d_2, d_3, \dots, d_k$ . Kādiem n ir spēkā

$$\text{vienādība } d_1 + d_2 + d_3 + \dots + d_k = \frac{n}{d_1} + \frac{n}{d_2} + \frac{n}{d_3} + \dots + \frac{n}{d_k} ?$$

6. Dots vienādojums  $x^2 + px + q = 0$ . Atrast visas p un q vērtības, kuras sakrīt ar atbilstošā vienādojuma saknēm.

7. Dots trijstūris ar malām  $a, b, c$ . Pierādīt, ka  $2abc > a^3 - ab^2 - ac^2$ .

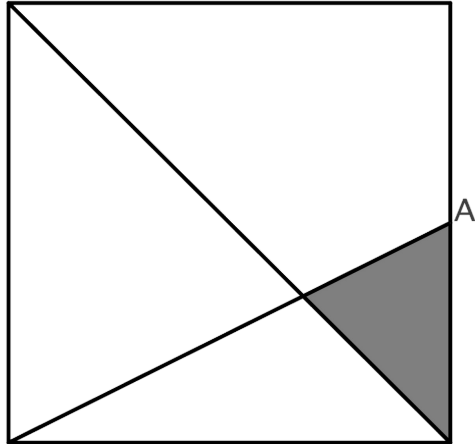
8. Plaknē atzīmēti a) 4 punkti, b) 5 punkti, no kuriem nevieni trīs nav uz vienas taisnes. Kāda ir lielākā iespējamā vērtība mazākajam no leņķiem, ko veido jebkuri trīs no šiem punktiem?

9. Mārtiņš saviem skolēniem iedeva testu ar 7 jautājumiem, katrā jautājumā 3 atbilžu varianti, no kuriem tieši 1 ir pareizs. Mārtiņš izlaboja testus un katram pierakstīja, cik ir pareizas atbildes, bet pats pazaudēja atbilžu lapu. Vai Mārtiņš no skolēnu atbildēm un rezultātiem var noskaidrot, kuras ir pareizās atbildes (atbildes sakārtotas jautājumu secībā)?

Skolēna Nr.	Skolēnu atbildes	Pareizas
1	c b b a c c c	2
2	b a b a b b c	1
3	c b c c b b c	1
4	a c a b c a a	2
5	a b b b c c c	3
6	b a b b a c b	4
7	b b c c a b c	2
8	a c c b a c a	4

10. Pierādīt: Ja naturāliem skaitļiem  $b$  un  $c$  eksistē kopīgs dalītājs  $k$ , tad virknes  $b; 2b; 3b \dots (c-1)b; cb$  locekļus var sadalīt  $k$  daļās tā, ka katru divu daļu locekļu summu starpība dalās ar  $c$  un nav nulle.

11. Kāda daļa no dotā kvadrāta ( $A$  - malas viduspunkts) ir iekrāsota?



12. Uz tāfeles uzrakstīti skaitļi no 1 līdz  $(p-1)$ , kur  $p$  ir patvaļīgs pirmskaitlis. Mārtiņš un Marta spēlē spēli, kur viņi viens pēc otra (Mārtiņš sāk pirmais) katra uz tāfeles uzrakstītā skaitļa vietā uzraksta tā reizinājumu ar jebkuru sevis izvēlētu naturālu skaitli, kurš nedalās ar  $p$ . Mārtiņš uzvarēs tad, ja kādā brīdī uz tāfeles nebūs neviena skaitļa, kuru, dalot ar  $p$ , atlikumā paliks  $a$ , kur veselu skaitli  $a$  ( $0 < a < p$ ) viņš pats pirms spēles ir izvēlējis. Vai Mārtiņš var uzvarēt?

13. Dots, ka  $a > b > c > d > e > f$ , kur  $a, b, c, d, e, f$  ir reāli skaitļi. Pierādīt  $(a+b+c)(d+e+f) < 3(ad+be+cf)$ .

14. Telpā ir  $2^n$  neieslēgtas spuldzītes. Ārpus telpas ir  $2^n$  slēdži – katrs no tiem nomaina katrs savas spuldzītes stāvokli. Esot ārpus telpas, spuldzītes nav iespējams redzēt, bet drīkst ieiet telpā un apskatīties spuldzīšu stāvokli. Kāds ir mazākais iespējamais reižu skaits, kurā jāapskatās spuldzīšu stāvoklis, lai varētu precīzi noteikt, kuri slēdži ieslēdz kuras spuldzītes?

15. Orbitreka firma no bankas plāno aizņemties naudu, kas pēc tam 10 gadu laikā būtu jāatmaksā. Firma katru gadu procentu un parāda atmaksai plāno veltīt 12 950 Ls. Kāds ir maksimālais naudas apjoms  $P$ , ko Orbitreka firma var aizņemties, ja no naudas līdzekļiem 12 950 Ls vispirms jāsamaksā procentu maksājums 5% no atlikušās summas, un tad par atlikušo naudu tiek veikta daļēja pamatsummas atmaksa?



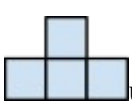
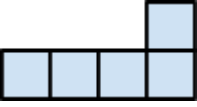


## Komandu olimpiāde „Atvērtā Kopa”

Katru uzdevumu vērtē ar  $0 \div 5$  punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas. Rakstot atrisinājumus, uzrādiet risinājuma gaitu!

### Uzdevumi 11. klasei

1. Trapeces ABCD diagonāles krustojas punktā O. Pierādi, ka trijstūru ABO un COD laukumi ir vienādi.
2. Pierādi, ka kvadrātu var sagriezt divos vienādos n-stūros, kur  $3 \leq n \leq 7$ .

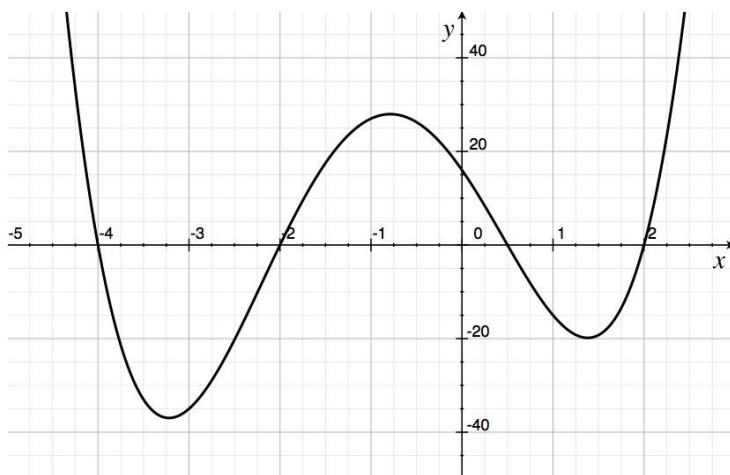
3. Vai no 5 šādām figūriņām  un 4 šādām figūriņām  ir iespējams izveidot taisnstūri?

4. Uzzīmēt tādu

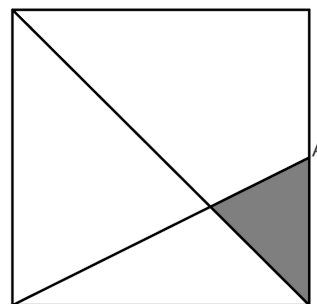
- a) 10-stūri,
- b) 12-stūri,

kuram piemīt īpašība: uz katras taisnes, uz kuras atrodas daudzstūra viena mala, atrodas vēl tieši viena cita šī daudzstūra mala.

5. Trīs zaķi – Ašais, Brašais un Cietušais – joņo 1 km distanci. Kad Ašais finišē, Brašais ir 200 metrus aiz viņa. Savukārt, kad finišē Brašais, Cietušais ir 300 m aiz viņa. Cik metrus no finiša bija Cietušais brīdī, kad finišējā Ašais? (Visi zaķi distancē saglabā vienmērīgu ātrumu.)
6. Dots vienādojums  $x^2 + px + q = 0$ . Atrast visas p un q vērtības, kuras sakrīt ar atbilstošā vienādojuma saknēm.
7. Dots trijstūris ar malām  $a, b, c$ . Pierādīt, ka  $2abc > a^3 - ab^2 - ac^2$ .
8. Atrodi funkciju, kuras grafiks attēlots *Zīmējumā 1!*
9. Kāda daļa no kvadrāta *Zīmējumā 2* (A - malas viduspunkts) ir iekrāsota?



*Zīmējums 1*



*Zīmējums 2*

10. Doti  $n$  ( $n > 6$ ) atsvari, kuru masas ir attiecīgi 1 grams, 2 grami, . . . ,  $n$  grami. Tie salikti divos svaru kausos tā, ka svāri ir līdzsvarā. Vai vienmēr var noņemt no svāriem 3 atsvarus tā, lai pēc tam svāri atkal būtu līdzsvarā?
11. Pierādīt: Ja naturāliem skaitļiem  $b$  un  $c$  eksistē kopīgs dalītājs  $k$ , tad virknes  $b; 2b; 3b \dots (c-1)b; cb$  locekļus var sadalīt  $k$  daļās tā, ka katru divu daļu locekļu summu starpība daļās ar  $c$  un nav nulle.
12. Dots, ka  $a > b > c > d > e > f$ , kur  $a, b, c, d, e, f$  ir reāli skaitļi. Pierādīt  $(a+b+c)(d+e+f) < 3(ad+be+cf)$ .
13. Stāsta, ka krievu zemnieki agrāk ir izmantojuši interesantu metodi skaitļu reizināšanai. Algoritms ir šāds:
- uzraksta katru no skaitļiem sava stabiņa augšā,
  - skaitli kreisajā stabiņā pareizina ar divi, bet skaitli labajā stabiņā - izdala ar divi, un abus rezultātus uzraksta nākamajā rindīņā tādā pašā kārtībā (ja skaitlis labajā stabiņā ir nepāra, raksta veselo daļījumu, atmetot atlikumu),
  - turpina iepriekšējo darbību, kamēr skaitlis labajā stabiņā ir 1,
  - izsvīturo visas rindīņas, kurās skaitlis labajā kolonnā ir pāra,
  - saskaita visus neizsvītrotos skaitļus kreisajā stabiņā - to summa ir meklētais reizinājums.

Piemērs ( $37 \cdot 46 = 1702$ ):

37	46	
74	23	1184
148	11	+296
296	5	+148
592	2	<u>+ 74</u>
1184	1	1702

Pamato, kāpēc šis algoritms strādā!

14. Telpā ir  $2^n$  neieslēgtas spuldzītes. Ārpus telpas ir  $2^n$  slēdži – katrs no tiem nomaina katrs savas spuldzītes stāvokli. Esot ārpus telpas, spuldzītes nav iespējams redzēt, bet drīkst ieiet telpā un apskatīties spuldzīšu stāvokli. Kāds ir mazākais iespējamais reižu skaits, kurā jāapskatās spuldzīšu stāvoklis, lai varētu precīzi noteikt, kuri slēdži ieslēdz kuras spuldzītes?
15. Orbitreka firma no bankas plāno aizņemties naudu, kas pēc tam 10 gadu laikā būtu jāatmaksā. Firma katru gadu procentu un parāda atmaksai plāno veltīt 12 950 Ls. Kāds ir maksimālais naudas apjoms  $P$ , ko Orbitreka firma var aizņemties, ja no naudas līdzekļiem 12 950 Ls vispirms jāsamaksā procentu maksājums 5% no atlikušās summas, un tad par atlikušo naudu tiek veikta daļēja pamatsummas atmaksā?