

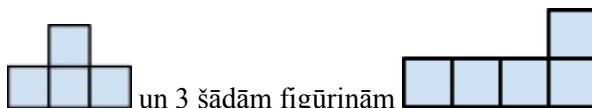




## Komandu olimpiāde „Atvērtā Kopa”

Katru uzdevumu vērtē ar 0 ÷ 5 punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas. Rakstot atrisinājumus, uzrādiet risinājuma gaitu!

### Uzdevumi 8. klasei

1. Doti seši nogriežņi ar garumiem 1, 3, 5, 8, 9, 10 cm. Vai, izmantojot visus norādītos nogriežņus, var sastādīt trīs vienāda garuma nogriežņus?
2. Atrodi skaitli starp:
  - a)  $\frac{1}{3}$  un  $\frac{1}{4}$
  - b)  $\frac{1}{14}$  un  $\frac{1}{15}$
  - c)  $\frac{1}{n}$  un  $\frac{1}{n+1}$ , kur  $n$  – naturāls.
3. Cik ir dažāda garuma nogriežņu ar galapunktiem kuba virsotnēs? Pamato, ka nogriežņi tiešām sanāk ar dažādiem garumiem!
4. Dotas trīs taisnes, kas krustojas vienā punktā. Pierādi, ka vismaz viens no leņķiem, ko veido šīs taisnes krustojoties, nepārsniedz  $60^\circ$ !



5. Vai no 5 šādām figūriņām  un 3 šādām figūriņām  ir iespējams izveidot taisnstūri?
6. Andjiks piedalījās velokrosa sacensībās, kurās kopā bija janominās 11 apļi. Esot distancē a-tajā aplī viņš konstatēja, ka sacensību līderis ir viņu apdzinis par b apļiem. Kāda var būt maksimālā a un b summa?
7. Uzzīmēt tādu
  - a) 10-stūri,
  - b) 12-stūri, kuram piemīt īpašība: uz katras taisnes, uz kuras atrodas daudzstūra viena mala, atrodas vēl tieši viena cita šī daudzstūra mala.
8. Trīs zaķi – Ašais, Brašais un Cietušais – joņo 1 km distanci. Kad Ašais finišē, Brašais ir 200 metrus aiz viņa. Savukārt, kad finišē Brašais, Cietušais ir 300 m aiz viņa. Cik metrus no finiša bija Cietušais brīdī, kad finišējā Ašais? (Visi zaķi distancē saglabā vienmērīgu ātrumu.)

9. Telpā ir 4 neieslēgtas spuldzītes. Ārpus telpas ir 4 slēdži – ar pirmajiem diviem slēdžiem, katram mainot stāvokli (no ieslēgtas uz izslēgtu vai no izslēgtas uz ieslēgtu) divām spuldzītēm, var nomainīt stāvokli visām četrām spuldzītēm, ar otrajiem diviem slēdžiem, katram nomainot stāvokli vienai spuldzītei, var nomainīt stāvokli tikai 2 spuldzītēm. Esot ārpus telpas, spuldzītes nav iespējams redzēt, bet drīkst iet telpā un apskatīties spuldzīšu stāvokli. Kāds ir mazākais iespējamais reižu skaits, kurā jāapskatās spuldzīšu stāvoklis, lai varētu precīzi noteikt, kuri slēdži ieslēdz kuras spuldzītes?

10. Dots trijstūris ar malām  $a, b, c$ . Pierādīt, ka  $2abc > a^3 - ab^2 - ac^2$ .

11. Mārtiņš saviem skolēniem iedeva testu ar 7 jautājumiem, katrā jautājumā 3 atbilžu varianti, no kuriem tieši 1 ir pareizs. Mārtiņš izlaboja testus un katram pierakstīja, cik ir pareizas atbildes, bet pats pazaudēja atbilžu lapu. Vai Mārtiņš no skolēnu atbildēm un rezultātiem var noskaidrot, kuras ir pareizās atbildes (atbildes sakārtotas jautājumu secībā)?

Skolēna Nr.	Skolēnu atbildes	Pareizas
1	c b b a c c c	2
2	b a b a b b c	1
3	c b c c b b c	1
4	a c a b c a a	2
5	a b b b c c c	3
6	b a b b a c b	4
7	b b c c a b c	2
8	a c c b a c a	4

12. Edgars Zanei piedāvā nopirkt tēju, ja viņa uzvarēs sekojošajā spēlē. Uz galda pa apli noliek a) 6, b) 10 monētas ar ciparu uz augšu. Zane var norādīt uz kādu no monētām ar ciparu uz augšu un apgriezt vienu no monētām, kas atrodas trīs monētu attālumā no norādītās (starp norādīto un griežamo jābūt divām citām monētām), bet tikai tad, ja tā ir ar ciparu uz augšu. Zane var turpināt spēli, kamēr vairs nevar apgriezt nevienu no monētām. Zane uzvar, ja neapgriezta palikusi ne vairāk kā viena monēta. Vai Zane var dabūt tēju no Edgara?

13. Doti  $n$  ( $n > 6$ ) atsvari, kuru masas ir attiecīgi 1 grams, 2 grami, ...,  $n$  grami. Tie salikti divos svaru kausos tā, ka svāri ir līdzsvarā. Vai vienmēr var noņemt no svāriem 3 atsvarus tā, lai pēc tam svāri atkal būtu līdzsvarā?

14. Uz tāfeles uzrakstīti skaitļi no 1 līdz 6. Mārtiņš un Marta spēlē spēli, kur viņi viens pēc otra (Mārtiņš sāk pirmais) katra uz tāfeles uzrakstītā skaitļa vietā uzraksta tā reizinājumu ar jebkuru sevis izvēlētu naturālu skaitli, kurš nedalās ar 7. Mārtiņš uzvarēs tad, ja kādā brīdī uz tāfeles nebūs neviena skaitļa, kuru, dalot ar 7, atlikumā paliks  $a$ , kur veselu skaitli  $a$  ( $0 < a < 7$ ) viņš pats pirms spēles ir izvēlējis. Vai Mārtiņš var uzvarēt?

15. Dots, ka  $a > b > c$ . Pierādīt  $(a^2 + bc)(a + b) < 2(a^3 + b^2c)$ .