

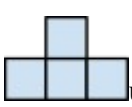
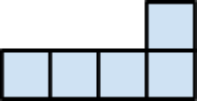


Komandu olimpiāde „Atvērtā Kopa”

Katru uzdevumu vērtē ar $0 \div 5$ punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas. Rakstot atrisinājumus, uzrādiet risinājuma gaitu!

Uzdevumi 11. klasei

1. Trapeces ABCD diagonāles krustojas punktā O. Pierādi, ka trijstūru ABO un COD laukumi ir vienādi.
2. Pierādi, ka kvadrātu var sagriezt divos vienādos n-stūros, kur $3 \leq n \leq 7$.

3. Vai no 5 šādām figūriņām  un 4 šādām figūriņām  ir iespējams izveidot taisnstūri?

4. Uzzīmēt tādu

a) 10-stūri,

b) 12-stūri,

kuram piemīt īpašība: uz katras taisnes, uz kuras atrodas daudzstūra viena mala, atrodas vēl tieši viena cita šī daudzstūra mala.

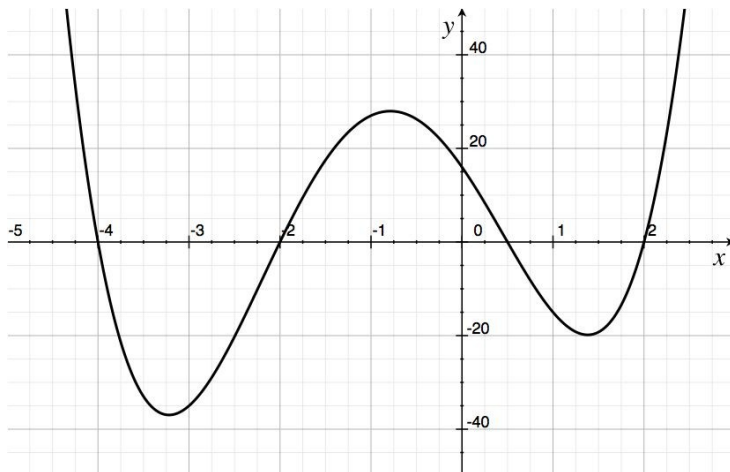
5. Trīs zaķi – Ašais, Brašais un Cietušais – joņo 1 km distanci. Kad Ašais finišē, Brašais ir 200 metrus aiz viņa. Savukārt, kad finišē Brašais, Cietušais ir 300 m aiz viņa. Cik metrus no finiša bija Cietušais brīdī, kad finišējā Ašais? (Visi zaķi distancē saglabā vienmērīgu ātrumu.)

6. Dots vienādojums $x^2 + px + q = 0$. Atrast visas p un q vērtības, kuras sakrīt ar atbilstošā vienādojuma saknēm.

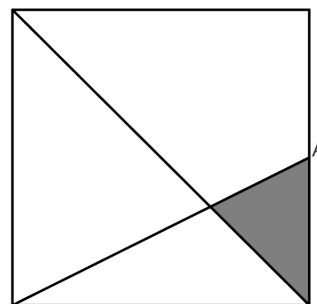
7. Dots trijstūris ar malām a, b, c . Pierādīt, ka $2abc > a^3 - ab^2 - ac^2$.

8. Atrodi funkciju, kuras grafiks attēlots *Zīmējumā 1!*

9. Kāda daļa no kvadrāta *Zīmējumā 2* (A - malas viduspunkts) ir iekrāsota?



Zīmējums 1



Zīmējums 2

10. Doti n ($n > 6$) atsvari, kuru masas ir attiecīgi 1 grams, 2 grami, . . . , n grami. Tie salikti divos svaru kausos tā, ka svāri ir līdzsvarā. Vai vienmēr var noņemt no svāriem 3 atsvarus tā, lai pēc tam svāri atkal būtu līdzsvarā?
11. Pierādīt: Ja naturāliem skaitļiem b un c eksistē kopīgs dalītājs k , tad virknes $b; 2b; 3b \dots (c-1)b; cb$ locekļus var sadalīt k daļās tā, ka katru divu daļu locekļu summu starpība daļās ar c un nav nulle.
12. Dots, ka $a > b > c > d > e > f$, kur a, b, c, d, e, f ir reāli skaitļi. Pierādīt $(a+b+c)(d+e+f) < 3(ad+be+cf)$.
13. Stāsta, ka krievu zemnieki agrāk ir izmantojuši interesantu metodi skaitļu reizināšanai. Algoritms ir šāds:
- uzraksta katru no skaitļiem sava stabiņa augšā,
 - skaitli kreisajā stabiņā pareizina ar divi, bet skaitli labajā stabiņā - izdala ar divi, un abus rezultātus uzraksta nākamajā rindīņā tādā pašā kārtībā (ja skaitlis labajā stabiņā ir nepāra, raksta veselo daļījumu, atmetot atlikumu),
 - turpina iepriekšējo darbību, kamēr skaitlis labajā stabiņā ir 1,
 - izsvīturo visas rindīņas, kurās skaitlis labajā kolonnā ir pāra,
 - saskaita visus neizsvītrotos skaitļus kreisajā stabiņā - to summa ir meklētais reizinājums.

Piemērs ($37 \cdot 46 = 1702$):

37	46	1184
74	23	+296
148	11	+148
296	5	<u>+ 74</u>
592	2	1702
1184	1	

Pamato, kāpēc šis algoritms strādā!

14. Telpā ir 2^n neieslēgtas spuldzītes. Ārpus telpas ir 2^n slēdži – katrs no tiem nomaina katrs savas spuldzītes stāvokli. Esot ārpus telpas, spuldzītes nav iespējams redzēt, bet drīkst ieiet telpā un apskatīties spuldzīšu stāvokli. Kāds ir mazākais iespējamais reižu skaits, kurā jāapskatās spuldzīšu stāvoklis, lai varētu precīzi noteikt, kuri slēdži ieslēdz kuras spuldzītes?
15. Orbitreka firma no bankas plāno aizņemties naudu, kas pēc tam 10 gadu laikā būtu jāatmaksā. Firma katru gadu procentu un parāda atmaksai plāno veltīt 12 950 Ls. Kāds ir maksimālais naudas apjoms P , ko Orbitreka firma var aizņemties, ja no naudas līdzekļiem 12 950 Ls vispirms jāsamaksā procentu maksājums 5% no atlikušās summas, un tad par atlikušo naudu tiek veikta daļēja pamatsummas atmaksā?