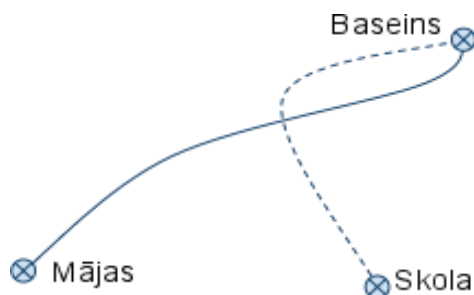


## Komandu olimpiāde „Atvērtā Kopa”

Katru uzdevumu vērtē ar  $0 \div 5$  punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas. Rakstot atrisinājumus, uzrādiet risinājuma gaitu!

### Uzdevumi 9. klasei

1. Pierādīt, ka eksistē divas tādas dažādas skaitļa 7 pakāpes, ka to starpība dalās ar 2010.
2. Bruņurupucis sacentās ar Zaķi 10km skrējienā. Bruņurupucis skrēja ar ātrumu 1km/h, bet Zaķis - 20km/h. Lai kaitinātu Bruņurupuci, Zaķis nolēma tieši pirms finiša griezties apkārt un skriet līdz Bruņurupucim; tad atkal skriet uz finišu. Tā viņš atkārtoja daudzas reizes, līdz Bruņurupucis sasniedza finišu. Cik lielu attālumu noskrēja Zaķis?
3. Kurš ir mazākais naturālais skaitlis, kas lielāks par 1, kuru dalot ar katru no skaitļiem no 2 līdz 9 atlikums ir 1, t.i., dalot ar 2 atlikums ir 1, dalot ar 3 atlikums ir 1, utt.
4. Pierādīt, ka pozitīviem reāliem  $x$  un  $y$  ir spēkā  $\frac{x}{y} + \frac{y}{x} \geq 2$ .
5. Uz kādas salas dzīvo 21 cilvēks. Katrs no viņiem vai nu vienmēr runā patiesību (patiesais) vai arī vienmēr melo (melis). Viņi visi nostājušies rindā viens aiz otra. Pirmais apgalvo, ka visi aiz viņa rindā stāvošie ir meļi. Katrs no pārējiem saka, ka tieši viņam priekšā stāvošais cilvēks ir melis. Cik meļu dzīvo uz salas?
6. Viena taisne plakni sadala divās daļās. Divas taisnes to var sadalīt trijās vai četrās daļās. Cik daļās plakni var sadalīt četras taisnes? Ilustrējiet katru gadījumu ar piemēru!
7. Mindaugs no mājām uz baseinu iet pa ceļu, kas kartē uzzīmēts ar nepārtrauktu līniju, bet no skolas uz baseinu - pa ceļu, kurš iezīmēts ar raustītu līniju. Turklāt viņš apgalvo, ka katrs no ceļiem ir īsākais iespējamais. Kādā gadījumā viņam var būt taisnība?



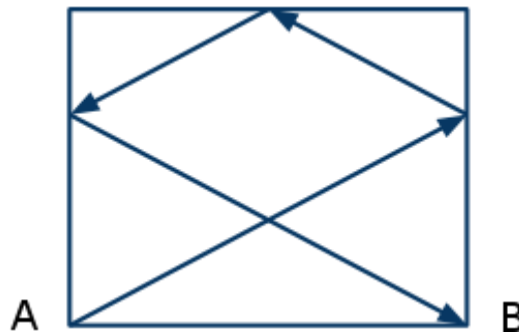
8. 200 cilvēki – 105 sievietes un 95 vīrieši tiek sadalīti nejauši izvēlētā kārtībā divās rindās – katrā pa 100 cilvēkiem. Katri 2 pretī stāvošie cilvēki (kopā 100 šādi pāri) sarokojās. Pierādīt, ka „sieviete-sieviete” rokasspiedienu bija par 5 vairāk nekā „vīrietis-vīrietis”.
9. Kārbā ir 2010 konfektes. Katru minūti kāds no tās vai nu izņem trīs konfektes, vai pieliek 6 konfektes. Pierādi, ka nepienāks tāds brīdis, kad kārbā ir tieši 1010 konfektes.

10. Hokeja čempionātā piedalās 27 komandas. Tās ir sadalītas 3 vienādi lielās konferencēs. Čempionāta nolikumā ir noteikts, ka katrai komandai ar savas konferences komandām ir jāizspēlē 16 spēles, bet ar pārējo konferenču komandām kopā jāizspēlē 9 spēles. Pierādiet, ka nolikums ir kļūdains, un hokeja komandām vajadzētu boikotēt šo čempionātu!

11. Jānis un Līga nopirka taisnstūra formas šokolādi, kas sastāv no  $6 \times 8$  vienādiem šokolādes kubiciņiem. Jānis izdomāja spēli. Katrs spēlētājs (viens pēc otra) drīkst sadalīt šokolādi, laužot to pa taisnu līniju un tikai pa līniju, kas atdala šokolādes kubiciņus vienu no otra. Tā, piemēram, Jānis savā gājienā var sadalīt šokolādi divos gabalos –  $2 \times 6$  un  $6 \times 6$  izmērā. Līga savā gājienā tagad var, piemēram,  $6 \times 6$  gabalu sadalīt  $1 \times 6$  un  $5 \times 6$  gabalos, vai, piemēram, sadalīt  $2 \times 6$  gabalu  $1 \times 2$  un  $5 \times 2$  gabalos. Spēlētājs, kas var izdarīt pēdējo gājienu, uzvar un drīkst apēst visu šokolādi. Spēli sāk Jānis.

- Kurš spēlētājs uzvarēs un iegūs šokolādi pareizi spēlējot?
- Kurš spēlētājs uzvarēs un iegūs šokolādi, ja sākotnējais šokolādes izmērs ir  $m \times n$  gabaliņi?

12. Biljarda galdam ir kvadrāta forma; tā malas garums ir 2m. Bumba, kuru izsita no stūra A, atsitās trīs reizes pret galda malām un nonāca stūrī B (skat. zīmējumu). Aprēķināt bumbas veiktā ceļa garumu.



13. Līna iedomājās vienu no 52 kārtīm normālā komplektā. Renārs mēģinās uzminēt, kuru kārti Līna iedomājusies, uzdodot tikai jautājumus, uz kuriem var atbildēt ar “jā” vai “nē”. Kāds ir mazākais jautājumu skaits, ar kuriem Renārs noteikti var uzzināt pareizo kārti?

14. Pierādīt, ka  $x^2 + 2y^2 = 8z + 5$  nav atrisināms veselos skaitļos.

15. iDžejs, garlaicības māks, izgudroja savdabīgu teleportu. iDžejs to var izmantot no jebkuras vietas un tas pārvieto viņu uz diametrāli pretējo punktu, t.i., sākumpunkts, teleports un galapunkts atrodas uz vienas taisnes (tā var nebūt parelēla rūtiņu tīkla līnijām) un sākumpunkts un beigu punkts atrodas vienādos attālumos no teleporta. iDžejs ir izgatavojis divus šādus teleportus. Viens no tiem ir novietots Rīgā, bet otrs - Jūrmalā (skatīt karti uz nākamās lapas). Vai iDžejs var tikt no Rīgas uz Cēsīm, izmantojot tikai šos teleportus? Starp kurām pilsētām iDžejs varētu veikt ceļojumus, izmantojot katru no šiem teleportiem tieši vienu reizi?

