

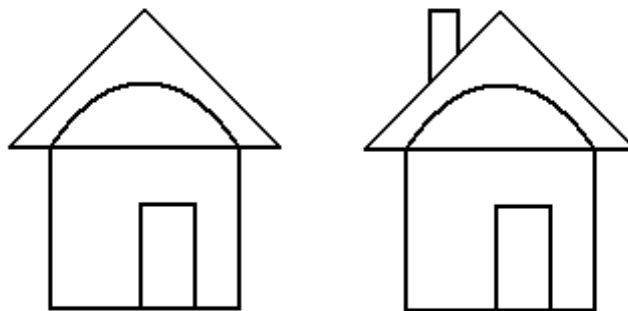
$$\mathcal{A} \cap \mathcal{K} = \{2009\}$$

Komandu olimpiāde „Atvērtā Kopa”

Katru uzdevumu vērtē ar $0 \div 10$ punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas

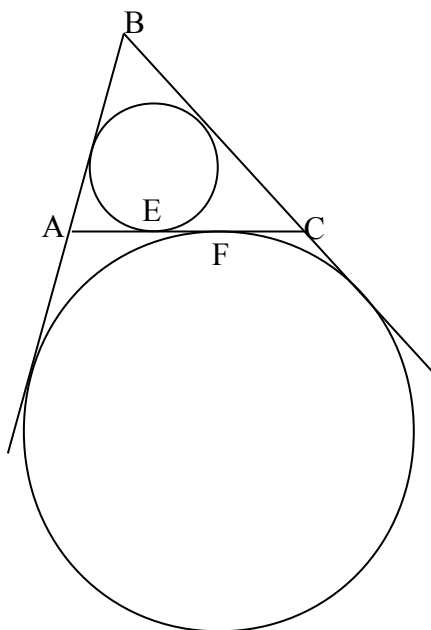
Uzdevumi 8. klasei

1. Kvadrāta ABCD iekšpusē ņemts tāds punkts P, ka $\triangle BPC$ ir vienādmalu trijstūris. Aprēķināt $\angle APD$.
2. Cik starp skaitļiem no 1 līdz 2009 ir tādu pāra skaitļu, kuri ir naturālu skaitļu kvadrāti?
3. Plaknē ir 4 taisnes, kuras krustojas n punktos. Kādas ir iespējamās n vērtības?
4. Mārtiņš un Marta cimdu bloku uzadīja 5 stundās. Marta uzadīja 20 cimdu pārus. Savukārt mazais Pjērs un Mārtiņš, mazajam Pjēram uzadot 14 cimdu pārus, cimdu bloku uzadīja 8 stundās. Cik cimdu pāru ir vienā cimdu blokā?
5. Jūlers grib uzzīmēt mājiņu (skat. zīm.), neatraujot pildspalvu no papīra un katru līniju novelkot vienu reizi. Vai tas ir iespējams? Bet mājiņu ar skursteni?



6. Sadalīt reizinātājos $4a^4 + b^4$.
7. Banka izkala 6 jubilejas monētas. Divas no monētām izrādījās brāķa – tās bija par 0,01 gramu vieglākas nekā parējās 4 monētās, kurām bija vienāds svars. Monetārā specvienība iegādājās smalkus sviru svarus, bet ar tiem dienas laikā var veikt tikai 3 svērienus, nezaudējot precizitāti. Vai monetārajai specvienībai ir iespējams dienas laikā atrast 4 pareizās monētas un laist tās apgrozībā?
8. Autobusu sauc par pārpildītu, ja tajā ir vairāk par 60 pasažieriem. 25. oktobrī ekspresmaršrutā Rīga – Mazsalaca tika veikta pasažieru skaitīšana. Tika aprēķināti divi rādītāji procentos: A – pārpildīto autobusu skaits pret kopējo, un B – pasažieru, kas brauca pārpildītos autobusus, skaits pret kopējo. Kurš no šiem rādītājiem ir lielāks, ja zināms, ka bija gan pārpildīti, gan nepārpildīti autobusi?
9. Dots, ka k, l, m, n ir naturāli skaitļi. Vai vienlaicīgi var izpildīties 3 vienādības $k+l=20$, $m+n=6$, $km+ln=89$?
10. Uz Orbitreku planētas visi Orbitreki, kas kaut vienu reizi ir paspieduši roku kādam citam Orbitrekam, dzīvo mūžīgi. Vai no visiem Orbitrekiem tādi, kas izdarījuši nepāra skaita rokas spiedienu, ir pāra vai nepāra skaits?

11. Dots, ka AB , BC , AC abu riņķa līniju kopīgās pieskares, E un F pieskaršanās punkti. Pierādīt, ka $AE = FC$.



12. Pieņemsim, ka a un d ir doti naturāli skaitļi. Pierādīt, ka $a+dn$ nevar būt pirmskaitlis visām naturālām n vērtībām.
13. Taisnstūris sadalīts $m \times n$ vienādās baltās rūtiņās. Visas rūtiņas, kurām nebija kopīgu malu ar tieši 4 citām rūtiņām, tika nokrāsotas sarkanas. Pēc tam visas rūtiņas, kurām nebija kopīgu malu ar 4 citām baltajām rūtiņām, arī tika nokrāsotas sarkanas. Kādām m un n vērtībām sarkano un balto rūtiņu skaits taisnstūrī ir vienāds!
14. Mazais Edgars peldas ezerā, kuram ir riņķa forma. Esot pašā ezera vidū, viņš pamana krastā kaimiņu Vofku, kurš viņu skolā vienmēr sit un atņem pusdienu naudu. Tā kā Vofka ir tikko paēdis, viņš nevar peldēt un tāpēc cer noķert Edgaru krastā. Zināms, ka Vofka skrien x reizes ātrāk nekā Edgars peld, bet, būdams skolas skvoša čempions, Edgars var viegli aizmukt no Vofkas, esot uz sauszemes. Vai Edgaram izdosies tikt mājās sveikam un veselam, ja $x=3$? Kāda ir atbilde gadījumā $x=4$? Riņķa līnijas garumu aprēķina pēc formulas $c = 2\pi r$, kur r –riņķa rādiuss un skaitļa π aptuvenā vērtība ir 3,14.
15. Aruns un Ašouks ir istabas biedri kopmītnēs. Viņi ir sarunājuši, ka istabā viena siena (visām sienām ir taisnstūra forma) tiks atvēlēta plakātiem. Aruns abonē avīzi “Mama” (iznāk piektdienās), bet Ašouks - “Lama” (šī iznāk sestdienās). Katrā avīzē ir viens plakāts A3 formātā, ko katrs no puisiem uzlīmē uz sienas brīvā vietā (t.i. nepārklājoties ar jau esošajiem plakātiem). Kad viņi ievācās istabā pirmdien, siena bija tukša. Vai Aruns var panākt, ka “Mama” plakāti ir vairākumā, kad uz sienas vairs nav brīvas vietas jauniem plakātiem?