

Komandu olimpiāde „Asie Cipari”



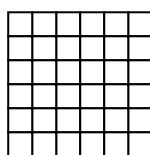
Katru uzdevumu vērtē ar $0 \div 5$ punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas

Uzdevumi 8. klasei

1. Vai no dotajām figūrām var salikt taisnstūri ar izmēriem 7×7 ? (Figūras drīkst būt apgrieztas otrādi un pagrieztas, taču tās nedrīkst pārklāties.)



2. Dots 6×6 rūtiņu kvadrāts. Cik ir tādu kvadrātu, kuru visas malas vilktas pa dotā kvadrāta rūtiņu līnijām?



3. Pierādīt $2^8 + 3 \cdot 2^7 + 3^2 \cdot 2^6 + 3^3 \cdot 2^5 + 3^4 \cdot 2^4 + 3^5 \cdot 2^3 + 3^6 \cdot 2^2 + 3^7 \cdot 2^1 + 3^8 = 3^9 - 2^9$.
4. Uz tāfeles uzrakstīti skaitļi no 1 līdz 1000. Mārtiņam patīk tikai tādi skaitļi, kas dalās gan ar 10, gan 12, gan 20. Cik skaitļu paliktu uz tāfeles, ja Mārtiņš nodzēstu visus skaitļus, kas viņam nepatīk?
5. Noliktavā ir 3 ābolu šķirnes – *zaļie* āboli, *garšīgie* un *poļu*. Ir zināms, ka 50% no visiem āboliem ir *zaļie*, 30% *garšīgie* un 20% *poļu*. Mēneša beigās pēc ražas novākšanas *zaļo* ābolu skaits palielinājās par 20%, bet *poļu* par 25%, bet *garšīgo* skaits par $66\frac{2}{3}\%$, kā arī pēc ābolu palielinājuma atklājās, ka 40% no visiem *zaļās* šķirnes āboliem un 22% no *garšīgo* šķirnes ir sapuvuši., bet no *poļu* šķirnes nebija sapuvis neviens. Ja pieņem, ka visus sapuvušos ābolus izmeta ārā, tad, cik mēneša beigās procentuāli bija *zaļo* ābolu un cik *garšīgo*?
6. Edgars ceļu uz skolu veic ar kājām un ceļā pavada 30 minūtes. Tā kā šoreiz Edgars kavēja, tad, lai paspētu tieši laikā, viņam trešdaļu no attāluma vajadzēja nobraukt ar riteni, trešdaļu ar autobusu, bet atlikušo daļu noiet ar kājām. Ar riteni Edgars brauc divreiz ātrāk nekā iet, bet piecreiz lēnāk nekā brauc autobuss. Cik minūtes Edgars būtu nokavējis, ja viņš kā parasti visu ceļu būtu nogājis ar kājām?
7. Alnim bija 3 kastītes ar bumbiņām (kastīšu saturu nav iespējams redzēt). Kastītē, uz kuras bija uzraksts MM, bija 2 melnas bumbiņas, MB- melna un balta bumbiņa, BB- 2 baltas bumbiņas. Ļaunais Ūdrs uzrakstus samainīja tā, ka nevienai kastītei nepalika iepriekšējais uzraksts. Alnis drīkst no kastītēm ņemt ārā pa vienai bumbiņai un paskatīties, kāda tai krāsa. Kāds ir mazākais bumbiņu skaits, kas Alnim jāizņem, lai uzzinātu, kādas bumbiņas tagad ir katrā kastītē?

8. Mūsdienu pilī ir 2008 stāvi un pagrabstāvs (0. stāvs). Vēl pilī ir 100 lifti, kuriem visiem ir ieejas pagrabstāvā. 1. lifts ir salūzis, bet 2. lifts ved tikai uz katru otro stāvu, sākot no 0. stāva, 3. lifts uz katru trešo stāvu, sākot no 0. stāva ... 100. lifts uz katru simto stāvu, sākot no 0. stāva. Vai princis var apmeklēt
- visas princeses vienu pēc otras, kuras attiecīgi dzīvo 14., 204., 334., 341., 476., 620. un 1295. stāvā, izmantojot liftu 7 reizes? Princis drīkst apmeklēt princeses jebkādā secībā.
 - karalieni, kura dzīvo 617. stāvā?
9. Kubu sagrieza 1000 vienādos mazākos kubiņos. Cik reižu mazo kubiņu kopējais virsmas laukums ir lielāks par lielā kuba virsmas laukumu?
10. Doti 10 divciparu skaitļi. Jebkuru divu skaitļu starpība dalās ar 9. Pierādīt, ka viens no skaitļiem dalās ar 10.
11. Vēstures skolotājam jāsadala vēstures eksāmena dalībnieki vismaz 3 vienlīdz lielās grupās. Sadalot dalībniekus 3 vienādās grupās, 2 dalībnieki palika neiekļauti, 4 grupās 2 dalībnieki palika pāri, 5 grupās 4 dalībnieki. Cik grupās galu galā skolotājam būtu jāsadala eksaminējamie skolēni, lai visi skolēni tiktu iekļauti un visas grupas būtu vienādas, ja zināms, ka eksāmenā nepiedalās vairāk par 73 skolēniem?
12. Uz tāfeles uzrakstīti 10 naturāli skaitļi. Katru divu skaitļu lielākais kopīgais dalītājs ir 2, bet mazākais kopīgais dalāmais 90. Aprēķināt doto skaitļu reizinājumu!
13. Skauti mežā vēlas uzvārīt pelmeņus, kurus būtu jāvāra precīzi 15 minūtes, bet nevienam no viņiem nav pulksteņa. Toties viņi mežā ir uzgājuši maģisku zariņu kaudzi, kur katrs zariņš deg precīzi 1 stundu, bet visi zariņi ir atšķirīgi pēc uzbūves ar atšķirīgiem degšanas ātrumiem atsevišķos to posmos (tas ir, ja no zariņa garuma ir nodegusi puse, tas nebūt nenozīmē, ka zariņš ir dedzis 30 minūtes). Kā, izmantojot maģiskos zariņus (kuru ir neierobežoti daudz), var precīzi noteikt 15 minūtes un uzvārīt pelmeņus?
14. Pierādīt, ka eksistē bezgalīgi daudz tādu skaitļu, kuriem dalītāju skaits ir nepāra pirmskaitlis.
15. Dotas desmit monētu kaudzes, kur katrā ir 2008 monētas. Deviņās no kaudzēm monētu svars ir 1 grams, bet vienā kaudzē (nav zināms, kurā) 1,1 grams. Doti elektroniskie svāri, uz kuriem uzliekot jebkuru skaitu monētu, tas parādīs to kopējo svaru. Kāds ir minimālais nepieciešamais svēršanu skaits, lai noteiktu, kurā kaudzē monētu svars ir 1,1 grams? Uzrādiet arī, kādas svēršanas jāveic, lai atrast 1,1 gramu smagās monētas!