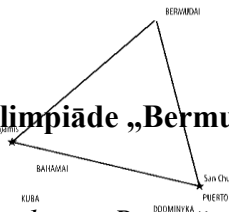


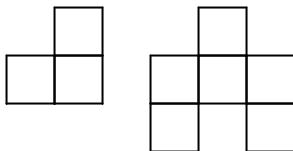
Komandu olimpiāde „Bermudu trijstūris”



Katru uzdevumu vērtē ar $0 \div 5$ punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas

Uzdevumi 8. klasei

1. Vai no dotajām figūrām var salikt a) 8×8 ; b) 9×9 rūtiņu kvadrātu, katru no tām izmantojot vismaz vienu reizi (figūras drīkst pagriezt, taču tās nedrīkst pārklāties, kā arī nedrīkst palikt „tukšumi”).



2. Vai septiņstūrim var būt
- 6 šauri leņķi
 - 5 šauri leņķi?
3. Naturālu skaitli a sauc par *pirmklasīgu*, ja skaitļu a , a^2 un $a + a^2$ ciparu summas ir pirmskaitļi.
- Atrodiet vismaz vienu *pirmklasīgu* divciparu skaitli!
 - Vai $3n$ var būt *pirmklasīgs* skaitlis, ja n - naturāls skaitlis?
4. Konkurss „Šovs ar zvaigzni” piedalās 11 dalībnieki. 3 tiesneši vērtē dalībnieku uzstāšanos ballu sistēmā no 1 līdz 10. Pirmais tiesnesis ir sev atviegojis vērtēšanas procesu un vērtē dalībnieku uzstāšanos tikai ar nepāra ballēm (1, 3, 5, 7, 9). Tāpat vērtēšanu atvieglo otrais tiesnesis un vērtē dalībnieku uzstāšanos tikai ar pāra ballēm (2, 4, 6, 8, 10). Vienīgi trešais tiesnesis paliek uzticīgs dotajai sistēmai un vērtē dalībniekus ar ballēm no 1 līdz 10. Pēc pirmās uzstāšanās izrādījās, ka visiem dalībniekiem ir atšķirīgi vērtējumi. Pierādīt, ka var atrast tādus divus dalībniekus, kuru vērtējumu summa dalās ar 3.
5. Dots, ka x un y ir nenegatīvi skaitļi, kuru summa nepārsniedz 1. Pierādīt, ka $x^2 + 8x^2y^2 + y^2 \leq 1$.
6. Doti skaitļi no 1 līdz 2007^2 . Pierādīt, ka šo skaitļu atlikumu, dalot ar 2007, summa dalās ar 2007^2 .
7. Dotas 9 pēc ārējā izskata vienādas monētas un sviru svāri bez atsvariem. Divas no tām ir izgatavotas no vieglāka materiāla. Abas vieglākās monētas sver vienādi, pārējās 7 smagākās- arī vienādi. Vai ar 4 svēršanas reizēm ir iespējams atrast visas vieglākās monētas?
8. Uz skaitļu taisnes atzīmēti visi vesēlie punkti, t.i., punkti, kuri atbilst vesēliem skaitļiem. Katrus divus punktus x un y savieno ar loku, ja $|x-y|$ ir pirmskaitlis. Kāds ir mazākais to krāsu skaits, kurās var nokrāsot visus atzīmētos punktus tā, lai katri divi ar loku savienotie punkti būtu nokrāsoti dažādās krāsās?
9. Rindā nostājušies 20072007 elfi. Daži no elfiem vienmēr runā tikai taisnību, bet pārējie vienmēr melo. Katrs no elfiem apgalvoja, ka vairāk kā trešdaļa no viņa pa kreisi stāvošajiem elfiem melo. Pierādīt, ka tieši trešdaļa no elfiem ir meli.

10. Dots trīs vienādības

$$a^2 + b^2 = \frac{25ab}{12}$$

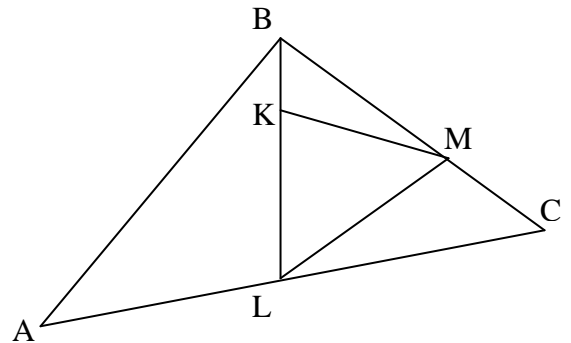
$$a^2 + c^2 = \frac{13ac}{6}$$

$$b^2 + c^2 = \frac{5bc}{2}$$

Atrast tādu skaitļu a, b, c trijnieku, ka visas trīs vienādības izpildās.

Pierādīt, ka tādu trijnieku ir bezgalīgi daudz.

11. Trijstūra ABC leņķi sakrīt ar $\triangle LMC$ leņķiem, savukārt $\triangle LMC$ leņķi sakrīt ar $\triangle LMK$ leņķiem un $\triangle LMK$ leņķi sakrīt ar $\triangle KMB$ leņķiem. Noteikt leņķa B lielumu.



12. Skolotājam Gabrielam bija aizdomas, ka viņa stundā daži skolēni guļ. Slepus pirms stundas viņš klases visos 6 stūros (klasei ir tāda regulāra sešstūra forma, kura malas garums ir a) uzstādīja krācējmetrus. Katrs krācējmetrs fiksē to telpas iekšpusē guļošo skaitu, kuri no tā atrodas attālumā, kas nepārsniedz a . Pēc stundas izrādījās, ka visi krācējmetri kopā fiksējuši 7 guļošos. Cik skolēnu gulēja stundā? (*Par regulāru sešstūri sauc sešstūri, kura visas malas ir vienādas un visi leņķi ir vienādi.*)

13. Šaha galdiņa katrā rūtiņā jāieraksta kāds no skaitļiem $-1; 0; 1$. Vai skaitļus var ierakstīt, tā, ka katrā 2×2 kvadrātā ierakstīto skaitļu summa būtu 0, bet katrā 3×3 kvadrātā ierakstīto skaitļu summa būtu 1?

14. Katrā kvadrāta $ABCD$ virsotnē ieskrūvēta spuldzīte. Katrā kvadrāta malā ir slēdzis, kuru nospiežot, tās spuldzītes, kas atrodas attiecīgās malas galos, maina savu stāvokli: ja spuldzīte(-s) ir ieslēgta(-s), tā(-s) izslēdzas, bet, ja izslēgta(-s), tad ieslēdzas. Katrai spuldzītei ir īpašība: to ieslēdzot pirmo reizi, tā ir sarkana, ieslēdzot otro reizi - dzeltena, trešo reizi - sarkana, ceturto reizi - dzeltena u.t.t. Sākumā spuldzītes A un C ir sarkanas, bet B un D vēl ne reizi nav ieslēgtas. Vai, vairākas reizes nospiežot slēdžus, var panākt, ka visas spuldzītes ir ieslēgtas vienā krāsā?

15. Turnīrā piedalās 10 komandas. Katra komanda ar katru izspēlē tieši n reizes. Neizšķirts nav iespējams. Katrai komandai tiek piešķirts *indekss*, kas norāda, cik gara ir bijusi komandas pēdējo uzvarēto vai zaudēto spēļu sērija. Ja komanda pēdējās, piemēram, 5 spēles ir uzvarējusi, tad *indekss* ir 5. Savukārt, ja komanda pēdējās, piemēram, 7 spēles ir zaudējusi, tad *indekss* ir -7 . Kāda ir maksimālā iespējamā visu komandu *indeksu* summa?