

## CITU VARIANTU NAV

Katru uzdevumu vērtē ar  $0 \div 5$  punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas

### Uzdevumi 9. Klasei

1) Bagātajam Ričam garāžā ir trīs marku automašīnas – Audi, Honda, Toyota. Hondu skaits garāžā ir ne vairāk kā  $\frac{2}{5}$  no Audi skaita, taču vismaz divreiz lielāks nekā

Toyotu skaits. Pierādiet, ka Ričs tiešām ir bagāts (t.i., ka viņam garāžā stāv vismaz 8 automašīnas)!

2) Dota skaitļu virkne 1; 2; 3; 4 ...  $6^n$ . Cik šajā virknē ir skaitļu, kas dalās ar  $2^n$ ?

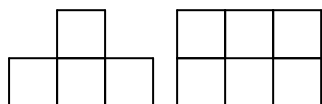
3) Handbola turnīrā piedalās 9 komandas. Katra komanda ir izspēlējusi tieši 7 spēles. Par uzvaru komanda saņem 2 punktus, par zaudējumu 0 punktu, neizšķirtu nav. Pierādīt, ka var atrast divas komandas ar vienādu punktu skaitu!

4) Gallijas iedzīvotājiem patīk iesaistīties biedrībās. Katrs iedzīvotājs ir iesaistījies tieši 3 biedrībās. Turklāt katrā biedrībā ir tieši 4 biedri. Pierādīt, ka Gallijas iedzīvotājus var sadalīt četrās skaita ziņā vienādās daļās.

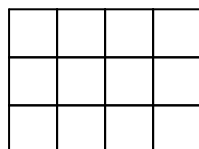
5) Dots, ka  $a$  ir pozitīvs skaitlis, bet  $n$  naturāls.

Pierādīt  $a^n + a^{n-1} + a^{n-2} \dots + a^{1-n} + a^{-n} \geq 2n + 1$ .

6) Vai no dotajām figūrām var salikt taisnstūri ar izmēriem a)  $6 \times 12$ ; b)  $10 \times 12$ ?  
(Figūras drīkst rotēt, taču tās nedrīkst pārklāties)



7) Vai dotā taisnstūra rūtiņas var aizpildīt ar skaitļiem no 1 līdz 12 (katru skaitli izmantojot tieši vienu reizi) tā, ka gan katras kolonnas, gan katras rindas skaitļu summa dalās ar 13?



8) Ābolu kaudzē sākotnēji bija 23 āboli. Ilze katru dienu no ābolu kaudzes apēda 4 ābolus, bet Harijs 3 ābolus. Savukārt vecmāmiņa katru dienu no rīta kaudzei pielika klāt tieši tikpat ābolu, cik bija palicis pāri iepriekšējās dienas beigās. Jānītis gribēja būt taisnīgs un apgalvoja, ka ābolus ēdīs tikai tad, kad ābolu kaudzi varēs sadalīt 3 vienādās daļās. Vai Jānītis jebkad tiks pie ābolu ēšanas?

9) Dots trijstūris ABC, uz malas BC atlikts punkts D. Punkti M, K un L ir attiecīgi nogriežņu AB, AD un AC viduspunkti. Pierādīt, ka M, K un L atrodas uz vienas taisnes.

10) Leldei tika aizsietas acis, un viņa tika nosēdināta pie galda, uz kura atradās ļoti liels daudzums viena lata monētu. Tieši 128 no tām bija pagrieztas ar ciparu uz augšu, pārējās – ar ģerboni uz augšu. Pēc taustes visas monētas šķiet vienādas. Kā Leldei rīkoties, lai sadalītu monētas divās daļās tā, lai katrā no daļām būtu vienāds daudzums monētu ar ciparu uz augšu.

11) Orbitreks Mārtiņdienā izlasīja m grāmatas. Sākot ar nākamo dienu, viņš katru dienu izlasa par m grāmatām vairāk nekā iepriekšējā dienā. Ar kādām m vērtībām pienāks diena, kuras beigās Orbitreka kopējais izlasīto grāmatu skaits ir 2006?

12) Ījans brokastīs vēlas uzvārīt „septiņu minūšu” olu. Viņam ir divi smilšu pulksteņi, ar kuriem ir iespējams izmērīt attiecīgi 5 un 11 minūšu intervālu. Lai ola būtu garšīga, tā jāvāra tieši septiņas minūtes bez pārtraukuma. Vai Ījans var tikt pie kārotās olas? Ja jā, tad kā?

13) Uz rūtiņa lapas uzzīmēts šaha galdiņš. Vai Rūdim ir iespējams sagriezt (griežot tikai pa rūtiņu malām) šo šaha galdiņu tā, ka katra figūra sastāv no divreiz vairāk vienas krāsas laukumiņiem nekā otras krāsas laukumiņiem?

14) Gabriēls izsita logu un brīnumainā kārtā atklāja, ka visas stikla lauskas ir trijstūra formā, turklāt lausku stūri veidoja tikai tādas leņķus, kas dalās ar 30 grādiem. Sīkāk papētot, viņš ievēroja, ka katras lauskas īsākā mala ir tieši 5 cm gara. Tagad Gabriēls vēlas atrast četras dažādas stikla lauskas. Vai viņam tas izdosies?

15) Dots 8 pēc izskata vienādas monētas un sviras sviri bez atsvariem. 5 no tām ir izgatavotas no sudraba, bet pārējās 3 - no alumīnija (tātad tās ir nedaudz vieglākas par sudraba monētām). Vai ar 4 svēršanām ir iespējams atrast visas alumīnija monētas?