

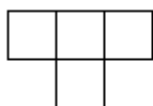


Komandu olimpiāde „Dzidrais Vilnis 2005”

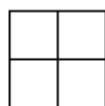
Katru uzdevumu vērtē ar $0 \div 5$ punktiem. Risināšanas laiks - 3 astronomiskās stundas

Uzdevumi 9. klasei

1. Plaknē atzīmēts 21 punkts. Novilkta 10 taisnes tā, ka katrs no atzīmētajiem punktiem pieder kādai no tām. Pierādīt, ka var izvēlēties 3 no dotajiem punktiem tā, ka tie atrodas uz 1 taisnes.
2. Pierādīt, ka 5 pēc kārtas ņemtu naturālu skaitļu reizinājums dalās ar 120.
3. Lapsēns un Kazlēns iegāja matemātikas klasē. Uz tāfeles bija uzrakstīti divi pozitīvi skaitļi. Naskais Kazlēns aprēķināja šo skaitļu vidējo aritmētisko un paziņoja rezultātu. Lapsēns sareizināja abus skaitļus un izvilka kvadrātsakni un apgalvoja, ka viņa iegūtais rezultāts ir lielāks. Pierādīt, ka Lapsēns kārtējo reizi melo!
4. Dots, ka $a > b$ un $x > y$. Pierādīt, ka $ax + by > ay + bx$.
5. Slimniekam tika izrakstītas divu veidu tabletes. Tās viņam jādzer ik pēc noteikta laika sprīža pa vienai tabletei no katra veida. Jebkura cita kombinācija ir bīstama veselībai un dzīvībai. Kad bija atlikušas 4 tabletes (pa 2 no katra veida), viņš tās nejauši sabēra kopā, un nu tās vairs nevar atšķirt. Vai viņš var pabeigt ārstēšanos, nepakļaujot veselību riskam?
6. No skaitļa 2005 atņem tā ciparu summu. No iegūtā skaitļa, savukārt, šī skaitļa ciparu summu. Tā turpina, līdz iegūst viencipara skaitli. Atrast šo skaitli!
7. Doti divi koncentriski riņķi (tādi, kuru centri atrodas vienā punktā). Lielākajam novilkta horda, kas pieskaras mazākajam riņķim. Izteikt laukumu starp mazāko un lielāko riņķa līniju atkarībā no hordas garuma h . (Riņķa laukumu aprēķina pēc formulas $L = \pi R^2$)
8. Ūdenspolo turnīrā piedalījās k komandas. Vai iespējams, ka turnīra laikā bija tāds brīdis, kad katra komanda bija izspēlējusi tieši 3 spēles.
a) Ja $k = 6$
b) Ja $k = 7$
9. Vai 8×8 rūtiņu kvadrātu var sagriezt septiņās figūrās „T” un deviņās figūrās „O”?



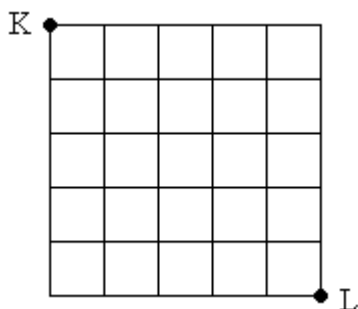
Figūra "T"



Figūra "O"

10. Apskatām visus naturālos skaitļus no 1 līdz 2005. Kādu skaitļu ir vairāk – pāra skaitļu ar nepāra ciparu summu vai nepāra skaitļu ar pāra ciparu summu?

11. Mežā dzīvo 24 aļņi. Daži no viņiem vienmēr melo, pārējie vienmēr saka patiesību. Aļņi stāv pa apli tā, ka meļiem blakus stāv tikai vecāki aļņi. Katram no aļņiem uzdeva divus jautājumus. Vai tu esi vecāks par alni pa labi no tevis? Vai tu esi vecāks par alni pa kreisi no tevis? (Nav divu aļņu, kas būtu vienādi veci.) Uz pirmo jautājumu kopā tika saņemtas 9 apstiprinošas atbildes, bet uz otro jautājumu 17 apstiprinošas atbildes. Cik no aļņiem ir meļi?
12. Dota pilsētas ielu karte. Cik dažādos veidos Vilnis var nokļūt no punkta K līdz punktam L, ja drīkst pārvietoties tikai virzienā uz leju un virzienā pa labi? Atrast visus iespējamus Viļņa maršruta garumus, ja attālums starp diviem blakus krustojumiem ir 50 metri!



13. Skaitļu virknē katrs nākamais skaitlis ir divu iepriekšējo skaitļu summa. Pirmie divi skaitļi ir vieninieki (1; 1; 2; 3; 5...). Pierādīt apgalvojumu: ja virknē kāds skaitlis dalās ar k , tad virknē ir bezgalīgi daudz skaitļu, kuri dalās ar k .
14. Orbitrekam ir 10 pēc ārējā izskata vienādi āboli. Divi no tiem ir tārpaini. Orbitreks ir izgudrojis tārpā detektoru, kurā ieliekot dažus ābolus (varbūt vienu), var noteikt, vai to skaitā ir kāds tārpains ābols. Diemžēl ar šo detektoru var veikt tikai 6 pārbaudes. Vai Orbitreks var atrast tārpainos ābolus?
15. Dots riņķa līnijas ω_1 un ω_2 , kuru rādiusi ir attiecīgi x un y . Tās krustojas punktos A un D. Riņķa līnijai ω_1 caur A novilkta pieskare, kas krusto ω_2 arī punktā C. Savukārt riņķa līnijai ω_2 caur A novilkta pieskare, kas krusto ω_1 arī punktā B. Izrādās, ka taisne BC iet caur punktu D. Atrast proporciju $\frac{BD}{DC}$!