



Komandu olimpiāde matemātikā

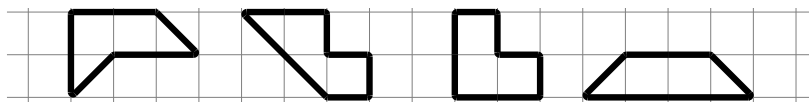
Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 7. klasei

1. *Crémant* šokolādes tāfelītē 48% no svara ir kakao un 20% - rieksti. Cik procentu kakao ir šokolādes masā (neskaitot riekstus)?
2. Daniels šodien apēda 4 šokolādes tāfelītes (katra tāfelīte satur 5 ēdamkarotes cukura), 3 lielos šokolādes batoniņus (8 ēdamkarotes cukura katrs) un izdzēra 1 litru kolas (9 ēdamkarotes cukura). Artūrs vēlas uzņemt tieši tādu pašu cukura daudzumu kā Daniels, taču citā kombinācijā. Turklāt Artūrs vēlas nogaršot katru no produktiem, un tie ir jāpatērē veselās vienībās (tāfelīte, batons vai litrs). Vai Artūrs to var izdarīt?
3. Rinalds no Siguldas veda dēlu uz slimnīcu Rīgā, braucot ar ātrumu 95 km/h. Pie Vangažiem ir aptuveni 1 km garš posms, kurā ātruma ierobežojums ir 70 km/h. Rinalds nolēma ierobežojumu neievērot, un viņu apstādīnāja policija. Palīdzi Rinaldam pamatot savu lēmumu nesamazināt ātrumu. Cik daudz laika Rinalds ietaupītu, nesamazinot ātrumu līdz 70 km/h?
4. Olga uz nedēļu viesojas Latvijā un vēlas lietot mobilo internetu. Plāns *A* maksā 0.075 €/MB, bet plāns *B* maksā 5€ un ietver līdz 500MB. Kurš plāns ir izdevīgāks? No kā tas ir atkarīgs?
5. Milo piegādā olas armijai par 5 centiem gabalā. Viņš tās iepērk no "cilvēkiem" Milānā par 7 centiem, lai gan iepriekš tās viņiem pārdevis par 4.25 centiem gab. Kāda ir Milo peļņa par katru olu, ja viņš sākotnēji tās iepērk Sicīlijā par 1 centu gab., un "cilvēki" Milānā ir viņš pats?
6. Andis un Edgars ir ieradušies uz ikgadējo talku. Viņu uzdevums ir pa vienai pārnest uz citu vietu 16 lielas un 10 mazas kastes. Tabulā norādīts, cik laika katram no puisiem vajag, lai pārvietotu katra veida kasti. Kāds ir ātrākais laiks, kurā Andis un Edgars var pabeigt viņiem uzticēto uzdevumu?

	Andis	Edgars
Lielā kaste	6 minūtes	5 minūtes
Mazā kaste	2 minūtes	3 minūtes

7. Cementa ražotāja SIA «Cemex» realizējusi pilotprojektu, kaļķakmens karjerā «Kūmas» uzbūvējot 500 metrus garu ceļa posmu no valčbetona, un ir gatava sadarboties ar ceļu būves uzņēmumiem un VAS «Latvijas Valsts ceļi» šādu ceļu būvniecībā Latvijā. «Cemex» valdes loceklis Ēriks Maikls Trusevics stāstīja, ka betona ceļu izmaksas ir par aptuveni 20% lētākas nekā asfalta ceļu izmaksas, piemēram, šī eksperimentālā ceļa izmaksas bija 45 eiro par kvadrātmētru. Cik izmaksāja šis ceļš? Izskaidro pieņēmumus! Cik izmaksātu šāds asfalta ceļš?
8. Izmantojot visas četras zemāk dotās figūras, katru vienu reizi, izveido figūru, kurai ir tādi pati forma kā kādai no dotajām. Ja vari, uzrādi, kā izveidot visas četras! Figūras drīkst rotēt un apgriezt otrādi.



9. Ražojot cementu, tiek izmantoti vairāki materiāli (to proporcijas cementā skat. zemāk). Kvalitātes departamenta vadītāja Eva vēlējās atbrīvoties no ražošanas blakus produkta - ķīmiskiem putekļiem (BPD), pievienojot to cementam. Diemžēl BPD ir augsts hlora saturs - 11.3614%, tādēļ to var pievienot tikai ierobežotā daudzumā. Kāds ir maksimālais daudzums BPD (procentos no jauniegūtā cementa), ko Eva varētu pievienot cementam, ja atļautais hlora daudzums cementā ir 0.0085% un pārējo materiālu hlora saturs ir norādīts tabulā?

Materiāls	Proporcija cementā	Hlora saturs
Klinkers	80.0%	0.0009%
ģipšakmens	5.0%	-
Šlaga	5.0%	0.0005%
Kaļķakmens	10.0%	0.0065%

10. Sanāksmē piedalās 27 dalībnieki. Katram no viņiem ir portatīvais dators ar pilnībā uzlādētu bateriju, kura var izturēt 4 stundas bez lādēšanas (neatkarīgi no darbībām, kas tiek veiktas datorā), un datora lādētājs. Sanāksmes telpā ir 3 elektrības rozetes. Cik ilgi var notikt sanāksme, lai nevienam darbiniekam neizlādētos dators, ja zināms, ka bateriju no pilnīgi tukšas līdz pilnai var uzlādēt pusstundā (pat tad, ja tas tiek lietots), turklāt tā lādējas vienmērīgi? Pieņemam, ka lādētāju pārslēgšana laiku neaizņem.
11. Dota ciparu virkne 1234468..., kurā katrs nākamais cipars ir pēdējais cipars no skaitļa, kurš iegūts, reizinot iepriekšējos 4 ciparus. Atrodiet šīs virknes 2015. ciparu!
12. Pierādiet, ka jebkuru divu dažādu nepāra skaitļu kvadrātu starpība dalās ar 8.
13. Dotas monētas ar 1, 2, 5, 10 un 20 centu nomināliem. Katram skaitlim k ar M_k apzīmēsim mazāko monētu skaitu, kurš nepieciešams, lai samaksātu k centus. Kurš no skaitļiem $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{2014}, M_{2015}$ ir lielākais?
14. Andis cītīgi seko līdz basketbola zvaigznes Andra Biedra soda metienu statistikai. Andis uzskaita precīzos Andra soda metienus no visiem viņa izdarītajiem soda metieniem. Pēc nospēlētās pussezona Andra rādītājs precīzajos soda metienos bija zem 50%. Sezonas beigās spēlētāja vidējais rādītājs jau bija virs 50%. Vai sezonas laikā noteikti bija tāds brīdis, kad Andris Biedrs bija realizējis tieši 50% no izpildītajiem soda metieniem?
15. Zane un Andis spēlē krustiņus un nullītes trijās dimensijās, izmantojot $3 \times 3 \times 3$ kubu, kas sastāv no 27 vienības ($1 \times 1 \times 1$) kubiņiem. Spēlētāji izdara gājienus pamīšus. Uzvar tas, kurš pirmais kā savus atzīmē trīs vienības kubiņus, kuru centri atrodas uz vienas taisnes. Andis, būdams labs draugs, ļauj Zanei spēli sākt. Vai Zane, pareizi spēlējot, vienmēr varēs uzvarēt? Piedāvājjiet savu algoritmu, kā Zanei vienmēr uzvarēt vai Andim panākt, ka Zane nevar uzvarēt.



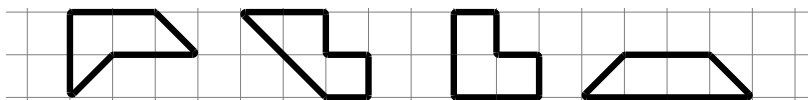
atvērtā kopa
2015

Komandu olimpiāde matemātikā

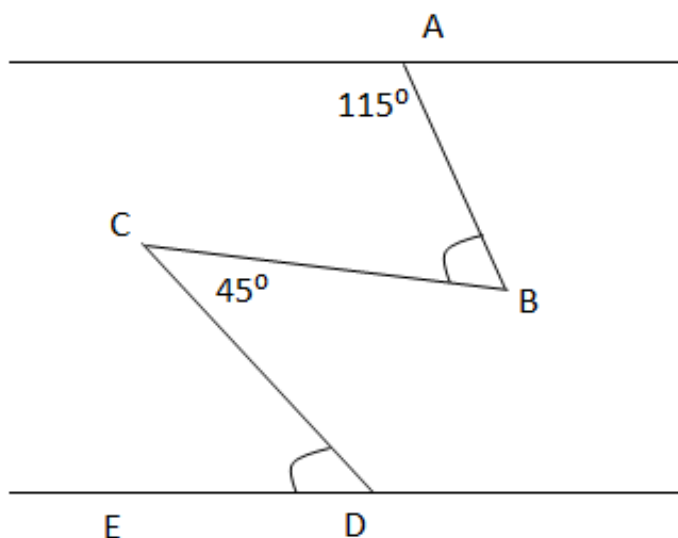
Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 8. klasei

1. *Crémant* šokolādes tāfelītē 48% no svara ir kakao un 20% - rieksti. Cik procentu kakao ir šokolādes masā (neskaitot riekstus)?
2. Rinalds no Siguldas veda dēlu uz slimnīcu Rīgā, braucot ar ātrumu 95 km/h. Pie Vangažiem ir aptuveni 1 km garš posms, kurā ātruma ierobežojums ir 70 km/h. Rinalds nolēma ierobežojumu neievērot, un viņu apstādināja policija. Palīdzi Rinaldam pamatot savu lēmumu nesamazināt ātrumu. Cik daudz laika Rinalds ietaupītu, nesamazinot ātrumu līdz 70 km/h?
3. Olga uz nedēļu viesojas Latvijā un vēlas lietot mobilo internetu. Plāns A maksā 0.075 €/MB, bet plāns B maksā 5€ un ietver līdz 500MB. Kurš plāns ir izdevīgāks? No kā tas ir atkarīgs?
4. Milo piegādā olas armijai par 5 centiem gabalā. Viņš tās iepērk no "cilvēkiem" Milānā par 7 centiem, lai gan iepriekš tās viņiem pārdevis par 4.25 centiem gab. Kāda ir Milo peļņa par katru olu, ja viņš sākotnēji tās iepērk Sicīlijā par 1 centu gab., un "cilvēki" Milānā ir viņš pats?
5. Izmantojot visas četras zemāk dotās figūras, katru vienu reizi, izveido figūru, kurai ir tādi pati forma kā kādai no dotajām. Ja vari, uzrādi, kā izveidot visas četras! Figūras drīkst rotēt un apgriezt otrādi.



6. Andis un Zane upi ar paralēliem krastiem šķērsoja pa maršutu kā parādīts zīmējumā. Nosakiet leņķi ABC, ja zināms, ka leņķi ABC un CDE ir savstarpēji vienādi.



7. Pierādiet, ka jebkuru divu dažādu nepāra skaitļu kvadrātu starpība dalās ar 8.

8. Atrodiet ciparus a, b, c tā, lai $\overline{abc} = a! + b! + c!$.

Zināšanai: Naturālam n , $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$, bet $0! = 1$.

\overline{abc} apzīmē skaitli, ko veido cipari a, b, c norādītajā secībā.

Piemēram, ja $a = 1, b = 2, c = 3$, tad $\overline{abc} = 123$.

9. Ražojot cementu, tiek izmantoti vairāki materiāli (to proporcijas cementā skat. zemāk). Kvalitātes departamenta vadītāja Eva vēlējās atbrīvoties no ražošanas blakus produkta - ķīmiskiem putekļiem (BPD), pievienojot to cementam. Diemžēl BPD ir augsts hlora saturs - 11.3614%, tādēļ to var pievienot tikai ierobežotā daudzumā. Kāds ir maksimālais daudzums BPD (procentos no jauniegūtā cementa), ko Eva varētu pievienot cementam, ja atļautais hlora daudzums cementā ir 0.0085% un pārējo materiālu hlora saturs ir norādīts tabulā?

Materiāls	Proporcija cementā	Hlora saturs
Klinkers	80.0%	0.0009%
ģipšakmens	5.0%	-
Šlaga	5.0%	0.0005%
Kaļķakmens	10.0%	0.0065%

10. Sanāksmē piedalās 27 dalībnieki. Katram no viņiem ir portatīvais dators ar pilnībā uzlādētu bateriju, kura var izturēt 4 stundas bez lādēšanas (neatkarīgi no darbībām, kas tiek veiktas datorā), un datora lādētājs. Sanāksmes telpā ir 3 elektrības rozetes. Cik ilgi var notikt sanāksme, lai nevienam darbiniekam neizlādētos dators, ja zināms, ka bateriju no pilnīgi tukšas līdz pilnai var uzlādēt pusstundā (pat tad, ja tas tiek lietots), turklāt tā lādējas vienmērīgi? Pieņemam, ka lādētāju pārslēgšana laiku neaizņem.

11. Dota taisne t , kas plakni sadala divās daļās, un divi punkti, kas abi atrodas vienā plaknes daļā un neatrodas uz taisnes t . Atrodiet īsāko ceļu starp abiem punktiem tā, lai tas iekļautu arī kādu taisnes t punktu.

12. Dotas monētas ar 1, 2, 5, 10 un 20 centu nomināliem. Katram skaitlim k ar M_k apzīmēsim mazāko monētu skaitu, kurš nepieciešams, lai samaksātu k centus. Kurš no skaitļiem $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{2014}, M_{2015}$ ir lielākais?

13. Pierādīt, ka vienādojumam $x^2 - 5xy + y^2 = 8$ nav atrisinājuma, kur x un y ir veseli skaitļi.

Padoms: apskatīt atlikumu, dalot ar 3.

14. Andis cītīgi seko līdz basketbola zvaigznes Andra Biedra soda metienu statistikai. Andis uzskaita precīzos Andra soda metienus no visiem viņa izdarītajiem soda metieniem. Pēc nospēlētas pussezona Andra rādītājs precīzajos soda metienos bija zem 50%. Sezona beigās spēlētāja vidējais rādītājs jau bija virs 50%. Vai sezonas laikā noteikti bija tāds brīdis, kad Andris Biedrs bija realizējis tieši 50% no izpildītajiem soda metieniem?

15. Zane un Andis spēlē krustiņus un nullītes trijās dimensijās, izmantojot $3 \times 3 \times 3$ kubu, kas sastāv no 27 vienības ($1 \times 1 \times 1$) kubiņiem. Spēlētāji izdara gājienus pamīšus. Uzvar tas, kurš pirmais kā savus atzīmē trīs vienības kubiņus, kuru centri atrodas uz vienas taisnes. Andis, būdams labs draugs, ļauj Zanei spēli sākt. Vai Zane, pareizi spēlējot, vienmēr varēs uzvarēt? Piedāvāji savu algoritmu, kā Zanei vienmēr uzvarēt vai Andim panākt, ka Zane nevar uzvarēt.



Komandu olimpiāde matemātikā

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 9. klasei

1. Olga vēlas uz 2 gadiem abonēt mobilos sakarus. *Cablecom* piedāvā SIM karti par 49 frankiem un ikmēneša maksu 29 Fr. Identiskam plānam *Salt* piedāvā SIM par 1 Fr, mēneša maksu 35 Fr, un pieslēgšanas bonusu 100 Fr (atvilkti no pirmajiem rēķiniem). Kurš piedāvājums ir izdevīgāks?
2. Andis un Edgars ir ieradušies uz ikgadējo talku. Viņu uzdevums ir pa vienai pārnest uz citu vietu 16 lielas un 10 mazas kastes. Tabulā norādīts, cik laika katram no pušiem vajag, lai pārvietotu katra veida kasti. Kāds ir ātrākais laiks, kurā Andis un Edgars var pabeigt viņiem uzticēto uzdevumu?

	Andis	Edgars
Lielā kaste	6 minūtes	5 minūtes
Mazā kaste	2 minūtes	3 minūtes

3. Edgars izveidoja 100m garu velotrasi mežā un vēlējās to noklāt ar šķembām, lai neveidotos dubji. Cik kubikmetru šķembu vajadzētu iegādāties? Veikt un izskaidrot nepieciešamos pieņēmumus!
4. Atrodiet ciparus a , b , c tā, lai $\overline{abc} = a! + b! + c!$.
Zināšanai: Naturālam n , $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$, bet $0! = 1$.
 \overline{abc} apzīmē skaitli, ko veido cipari a , b , c norādītajā secībā.
Piemēram, ja $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, tad $\overline{abc} = 123$.
5. *Rīgas Satiksme* ir izsludinājusi iepirkumu 20 jaunu zemās grīdas tramvaju iegādei. Orientējošā iepirkuma summa ir 70 miljoni eiro. Iepirkuma procedūra paredz, ka uzvarētājam jāsarāžo un jāpiegādā 15 trīs sekciju un 5 četru sekciju zemās grīdas tramvaji. Cik maksātu divu sekciju tramvajs, ja pieņem, ka sekcijas tramvaja galos ir par 125 tūkstošiem dārgākas nekā vidū?
6. Sanāksmē piedalās 30 dalībnieki. Katram no viņiem ir portatīvais dators ar pilnībā uzlādētu bateriju, kura var izturēt 4 stundas bez lādēšanas (neatkarīgi no darbībām, kas tiek veiktas datorā), un datora lādētājs. Sanāksmes telpā ir 3 elektrības rozetes. Vai sanāksme var ilgt divas pilnas diennaktis, lai nevienam darbiniekam neizlādētos dators, ja zināms, ka bateriju no pilnīgi tukšas līdz pilnai var uzlādēt pusstundā (pat tad, ja tas tiek lietots), turklāt tā lādējas vienmērīgi? Pieņemam, ka lādētāju pārslēgšana laiku neaizņem.
7. Dota ciparu virkne 1234468..., kurā katrs nākamais cipars ir pēdējais cipars no skaitļa, kurš iegūts, reizinot iepriekšējos 4 ciparus. Atrodiet šīs virknes 2015. ciparu!
8. Kuram naturālam skaitlim zem 1000 ir visvairāk naturālu dalītāju? Aprakstiet, kā atradāt šo skaitli. Šoreiz nav nepieciešams pierādīt, ka atrasts labākais iespējamais skaitlis.
9. Dota taisne t , kas plakni sadala divās daļās, un divi punkti, kas abi atrodas vienā plaknes daļā un neatrodas uz taisnes t . Atrodiet īsāko ceļu starp abiem punktiem tā, lai tas iekļautu arī kādu taisnes t punktu.

10. Kāds ir lielākais naturālais skaitlis, ar kuru dalās jebkuru divu dažādu nepāra skaitļu (kas lielāki par 9) kvadrātu starpība?
11. Kādiem veseliem skaitļiem a un b izpildās sekojošā vienādība?

$$\frac{1}{a} + \frac{a}{b} + \frac{1}{ab} = 1$$

12. Ciemā vidējais rūķīša augums ir 1m. Zināms, ka, garākā rūķīša augumu dalot ar īsākā rūķīša augumu, iegūstam a . Pierādīt, ka visiem rūķīšiem augums ir intervālā $[1/a, a]$.
13. Pierādīt, ka vienādojumam $x^2 - 5xy + y^2 = 8$ nav atrisinājuma, kur x un y ir veseli skaitļi.
Padoms: apskatīt atlikumu, dalot ar 3.
14. Andis cītīgi seko līdzī basketbola zvaigznes Andra Biedra soda metienu statistikai. Andis uzskaita precīzos Andra soda metienus no visiem viņa izdarītajiem soda metieniem. Pēc nospēlētas pussezona Andra rādītājs precīzajos soda metienos bija zem 50%. Sezonas beigās spēlētāja vidējais rādītājs jau bija virs 50%. Vai sezonas laikā noteikti bija tāds brīdis, kad Andris Biedrs bija realizējis tieši 50% no izpildītajiem soda metieniem?
15. Zane un Andis spēlē krustiņus un nullītes trijās dimensijās, izmantojot $3 \times 3 \times 3$ kubu, kas sastāv no 27 vienības ($1 \times 1 \times 1$) kubiņiem. Spēlētāji izdara gājienus pamīšus. Uzvar tas, kurš pirmais kā savus atzīmē trīs vienības kubiņus, kuru centri atrodas uz vienas taisnes. Andis, būdams labs draugs, ļauj Zanei spēli sākt. Vai Zane, pareizi spēlējot, vienmēr varēs uzvarēt? Piedāvājiet savu algoritmu, kā Zanei vienmēr uzvarēt vai Andim panākt, ka Zane nevar uzvarēt.



Komandu olimpiāde matemātikā

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 10. klasei

1. Olga vēlas uz 2 gadiem abonēt mobilos sakarus. *Cablecom* piedāvā SIM karti par 49 frankiem un ikmēneša maksu 29 Fr. Identiskam plānam *Salt* piedāvā SIM par 1 Fr, mēneša maksu 35 Fr, un pieslēgšanas bonusu 100 Fr (atvilkts no pirmajiem rēķiniem). Kurš piedāvājums ir izdevīgāks?
2. Edgars izveidoja 100m garu velotrasi mežā un vēlējās to noklāt ar šķembām, lai neveidotos dubļi. Cik kubikmetru šķembu vajadzētu iegādāties? Veikt un izskaidrot nepieciešamos pieņēmumus!
3. Atrodiet ciparus a, b, c tā, lai $\overline{abc} = a! + b! + c!$.
Zināšanai: Naturālam n , $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$, bet $0! = 1$.
 \overline{abc} apzīmē skaitli, ko veido cipari a, b, c norādītajā secībā.
Piemēram, ja $a = 1, b = 2, c = 3$, tad $\overline{abc} = 123$.
4. *Rīgas Satiksme* ir izsludinājusi iepirkumu 20 jaunu zemās grīdas tramvaju iegādei. Orientējošā iepirkuma summa ir 70 miljoni eiro. Iepirkuma procedūra paredz, ka uzvarētājam jāsarāžo un jāpiegādā 15 trīs sekciju un 5 četru sekciju zemās grīdas tramvaji. Cik maksātu divu sekciju tramvajs, ja pieņem, ka sekcijas tramvaja galos ir par 125 tūkstošiem dārgākas nekā vidū?
5. Doti $n \geq 2$ pozitīvi skaitļi. Kas ir lielāks: šo skaitļu summas kvadrāts, vai arī šo skaitļu kvadrātu summa?
6. Sanāksmē piedalās 30 dalībnieki. Katram no viņiem ir portatīvais dators ar pilnībā uzlādētu bateriju, kura var izturēt 4 stundas bez lādēšanas (neatkarīgi no darbībām, kas tiek veiktas datorā), un datora lādētājs. Sanāksmes telpā ir 3 elektrības rozetes. Vai sanāksme var ilgt divas pilnas diennaktis, lai nevienam darbiniekam neizlādētos dators, ja zināms, ka bateriju no pilnīgi tukšas līdz pilnai var uzlādēt pusstundā (pat tad, ja tas tiek lietots), turklāt tā lādējas vienmērīgi? Pieņemam, ka lādētāju pārslēgšana laiku neaizņem.
7. Pēc vēsturiski ātrākās kosmosa kuģa palaišanas 2006. gadā, *New Horizons* šī gada 14. jūlijā palidoja garām Plūtonam 12 500 km attālumā. Zonde lidoja ar ātrumu 49 350 km/h un lielāko daļu dienas pavadīja, uzņemot Plūtona attēlus. Pieņemot, ka zonde lidoja taisni un ar nemainīgu ātrumu, aprēķini, cik ilgi bija iespēja uzņemt attēlus mazāk kā 40 000 km attālumā no Plūtona!
8. Kuram naturālam skaitlim zem 1000 ir visvairāk naturālu dalītāju? Aprakstiet, kā atradāt šo skaitli. Šoreiz nav nepieciešams pierādīt, ka atrasts labākais iespējamais skaitlis.
9. Dalīšanos ar 7 var pārbaudīt šādi: noņemam dotajam skaitlim pēdējo ciparu c un atņemam no iegūtā skaitļa divreiz c . Atkārtojam šo procedūru, līdz iegūstam skaitli, par kura dalīšanos ar 7 mēs zinām. Piemēram, lai pārbaudītu, vai 525 dalās ar 7, apskatām $52 - 2 \cdot 5 = 42$. Šis dalās ar 7, tāpat sākotnējais 525 arī dalās. Izskaidrot, kādēļ šī metode strādā!
10. Dotas divas paralēlas taisnes t un m un divi punkti plaknes daļā starp šīm taisnēm. Neviena no punktiem neatrodas uz dotajām taisnēm. Atrodiet īsāko ceļu starp abiem punktiem tā, lai tas iekļautu vismaz vienu punktu no taisnes t un vienu punktu no taisnes m .

- 11.** Ciemā vidējais rūķīša augums ir 1m. Zināms, ka, garākā rūķīša augumu dalot ar īsākā rūķīša augumu, iegūstam a . Pierādīt, ka visiem rūķīšiem augums ir intervālā $[1/a, a]$.
- 12.** Cik veidos uz 8×8 šaha laukuma var izvietot 8 vienādus torņus tā, lai tie viens otru neapdraudētu? Torņi apdraud viens otru, ja tie atrodas uz vienas un tās pašas laukuma kolonnas vai rindas.
- 13.** Zane un Andis spēlē krustiņus un nullītes trijās dimensijās, izmantojot $3 \times 3 \times 3$ kubu, kas sastāv no 27 vienības ($1 \times 1 \times 1$) kubiņiem. Spēlētāji izdara gājienus pamīšus. Uzvar tas, kurš pirmais kā savus atzīmē trīs vienības kubiņus, kuru centri atrodas uz vienas taisnes. Andis, būdams labs draugs, ļauj Zanei spēli sākt. Vai Zane, pareizi spēlējot, vienmēr varēs uzvarēt? Piedāvājiet savu algoritmu, kā Zanei vienmēr uzvarēt vai Andim panākt, ka Zane nevar uzvarēt.
- 14.** Pierādīt, ka vienādojumam $x^2 - 5xy - 6y^2 = 3$ nav atrisinājuma, kur x un y ir veseli skaitļi.
Padoms: apskatīt atlikumu, dalot ar 7.
- 15.** Andis cītīgi seko līdz basketbola zvaigznes Krista Ziņģa soda metienu statistikai. Andis uzskaita precīzos Krista soda metienus no visiem viņa izdarītajiem soda metieniem. Pēc nospēlētas pussezona Krista rādītājs precīzajos soda metienos bija zem 80%. Sezonas beigās spēlētāja vidējais rādītājs jau bija virs 80%. Vai sezonas laikā noteikti bija tāds brīdis, kad Krista Ziņģis bija realizējis tieši 80% no izpildītajiem soda metieniem?



Komandu olimpiāde matemātikā

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 11. klasei

1. Olga vēlas uz 2 gadiem abonēt mobilos sakarus. *Cablecom* piedāvā SIM karti par 49 frankiem un ikmēneša maksu 29 Fr. Identiskam plānam *Salt* piedāvā SIM par 1 Fr, mēneša maksu 35 Fr, un pieslēgšanas bonusu 100 Fr (atvilktis no pirmajiem rēķiniem). Kurš piedāvājums ir izdevīgāks?
2. Cementa ražotāja SIA «Cemex» realizējusi pilotprojektu, kaļķakmens karjerā «Kūmas» uzbūvējot 500 metrus garu ceļa posmu no valčbetona, un ir gatava sadarboties ar ceļu būves uzņēmumiem un VAS «Latvijas Valsts ceļi» šādu ceļu būvniecībā Latvijā. «Cemex» valdes loceklis Ēriks Maikls Trusevics stāstīja, ka betona ceļu izmaksas ir par aptuveni 20% lētākas nekā asfalta ceļu izmaksas, piemēram, šī eksperimentālā ceļa izmaksas bija 45 eiro par kvadrātmetru. Cik izmaksāja šis ceļš? Izskaidro pieņēmumus! Cik izmaksātu šāds asfalta ceļš?
3. Atrodiet ciparus a , b , c tā, lai $\overline{abc} = a! + b! + c!$.
Zināšanai: Naturālam n , $n! = n \cdot (n - 1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$, bet $0! = 1$.
 \overline{abc} apzīmē skaitli, ko veido cipari a , b , c norādītajā secībā.
Piemēram, ja $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, tad $\overline{abc} = 123$.
4. Doti $n \geq 2$ pozitīvi skaitļi. Kas ir lielāks: šo skaitļu summas kvadrāts, vai arī šo skaitļu kvadrātu summa?
5. Pēc vēsturiski ātrākās kosmosa kuģa palaišanas 2006. gadā, *New Horizons* šī gada 14. jūlijā palidoja garām Plūtonam 12 500 km attālumā. Zonde lidoja ar ātrumu 49 350 km/h un lielāko daļu dienas pavadīja, uzņemot Plūtona attēlus. Pieņemot, ka zonde lidoja taisni un ar nemainīgu ātrumu, aprēķini, cik ilgi bija iespēja uzņemt attēlus mazāk kā 40 000 km attālumā no Plūtona!
6. Dota ciparu virkne 1234468..., kurā katrs nākamais cipars ir pēdējais cipars no skaitļa, kurš iegūts, reizinot iepriekšējos 4 ciparus. Atrodiet šīs virknes 2015. ciparu!
7. Kuram naturālam skaitlim zem 1000 ir visvairāk naturālu dalītāju? Aprakstiet, kā atradāt šo skaitli. Šoreiz nav nepieciešams pierādīt, ka atrasts labākais iespējamais skaitlis.
8. Dotas divas paralēlas taisnes t un m un divi punkti plaknes daļā starp šīm taisnēm. Neviens no punktiem neatrodas uz dotajām taisnēm. Atrodiet īsāko ceļu starp abiem punktiem tā, lai tas iekļautu vismaz vienu punktu no taisnes t un vienu punktu no taisnes m .
9. Adventes kalendāram ir 24 durtiņas. Aiz tieši vienām slēpjas zelta jēriņš, bet aiz pārējām - šokolādes, turklāt visi varianti ir vienādi varbūtīgi. Ilze Joti grib iegūt zelta jēriņu, taču tas iespējams tikai, ja uzmin īstās durtiņas. Viņa drīkstēs izvēlēties kādas no durtiņām, tad Renārs atvērs 22 no pārējām, parādot, ka tajās ir šokolāde. Tātad paliks tikai divas aizvērtas durtiņas. Ilzei būs iespēja nomainīt savu izvēli. Vai izmantot šo iespēju un mainīt izvēli? Kā tas izmainīs izredzes?
10. Kādiem veseliem skaitļiem a un b izpildās sekojošā vienādība?

$$\frac{1}{a} + \frac{a}{b} + \frac{1}{ab} = 1$$

- 11.** Dalīšanos ar 7 var pārbaudīt šādi: noņemam dotajam skaitlim pēdējo ciparu c un atņemam no iegūtā skaitļa divreiz c . Atkārtojam šo procedūru, līdz iegūstam skaitli, par kura dalīšanos ar 7 mēs zinām. Piemēram, lai pārbaudītu, vai 525 dalās ar 7, apskatām $52 - 2 \cdot 5 = 42$. Šis dalās ar 7, tātad sākotnējais 525 arī dalās. Izskaidrot, kādēļ šī metode strādā!
- 12.** Cik veidos uz 8×8 šaha laukuma var izvietot 8 vienādus torņus tā, lai tie viens otru neapdraudētu? Torņi apdraud viens otru, ja tie atrodas uz vienas un tās pašas laukuma kolonnas vai rindas.
- 13.** Zane un Andis spēlē krustiņus un nullītes trijās dimensijās, izmantojot $3 \times 3 \times 3$ kubu, kas sastāv no 27 vienības ($1 \times 1 \times 1$) kubiņiem. Spēlētāji izdara gājienus pamīšus. Uzvar tas, kurš pirmais kā savus atzīmē trīs vienības kubiņus, kuru centri atrodas uz vienas taisnes. Andis, būdams labs draugs, ļauj Zanei spēli sākt. Vai Zane, pareizi spēlējot, vienmēr varēs uzvarēt? Piedāvājiēt savu algoritmu, kā Zanei vienmēr uzvarēt vai Andim panākt, ka Zane nevar uzvarēt.
- 14.** Pierādīt, ka vienādojumam $x^2 - 5xy - 6y^2 = 3$ nav atrisinājuma, kur x un y ir veseli skaitļi.
Padoms: apskatīt atlikumu, dalot ar 7.
- 15.** Andis cītīgi seko līdz basketbola zvaigznes Krista Ziņģa soda metienu statistikai. Andis uzskaita precīzos Krista soda metienus no visiem viņa izdarītajiem soda metieniem. Pēc nospēlētas pussezona Krista rādītājs precīzajos soda metienos bija zem 80%. Sezonas beigās spēlētāja vidējais rādītājs jau bija virs 80%. Vai sezonas laikā noteikti bija tāds brīdis, kad Krista Ziņģis bija realizējis tieši 80% no izpildītajiem soda metieniem?