



Komandu olimpiāde matemātikā

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 9. klasei

1. Olga vēlas uz 2 gadiem abonēt mobilos sakarus. *Cablecom* piedāvā SIM karti par 49 frankiem un ikmēneša maksu 29 Fr. Identiskam plānam *Salt* piedāvā SIM par 1 Fr, mēneša maksu 35 Fr, un pieslēgšanas bonusu 100 Fr (atvilktis no pirmajiem rēķiniem). Kurš piedāvājums ir izdevīgāks?
2. Andis un Edgars ir ieradušies uz ikgadējo talku. Viņu uzdevums ir pa vienai pārnest uz citu vietu 16 lielas un 10 mazas kastes. Tabulā norādīts, cik laika katram no pušiem vajag, lai pārvietotu katra veida kasti. Kāds ir ātrākais laiks, kurā Andis un Edgars var pabeigt viņiem uzticēto uzdevumu?

	Andis	Edgars
Lielā kaste	6 minūtes	5 minūtes
Mazā kaste	2 minūtes	3 minūtes

3. Edgars izveidoja 100m garu velotrasi mežā un vēlējās to noklāt ar šķembām, lai neveidotos dubji. Cik kubikmetru šķembu vajadzētu iegādāties? Veikt un izskaidrot nepieciešamos pieņēmumus!
4. Atrodiet ciparus a , b , c tā, lai $\overline{abc} = a! + b! + c!$.
Zināšanai: Naturālam n , $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$, bet $0! = 1$.
 \overline{abc} apzīmē skaitli, ko veido cipari a , b , c norādītajā secībā.
Piemēram, ja $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, tad $\overline{abc} = 123$.
5. *Rīgas Satiksme* ir izsludinājusi iepirkumu 20 jaunu zemās grīdas tramvaju iegādei. Orientējošā iepirkuma summa ir 70 miljoni eiro. Iepirkuma procedūra paredz, ka uzvarētājam jāsarāžo un jāpiegādā 15 trīs sekciju un 5 četru sekciju zemās grīdas tramvaji. Cik maksātu divu sekciju tramvajs, ja pieņem, ka sekcijas tramvaja galos ir par 125 tūkstošiem dārgākas nekā vidū?
6. Sanāksmē piedalās 30 dalībnieki. Katram no viņiem ir portatīvais dators ar pilnībā uzlādētu bateriju, kura var izturēt 4 stundas bez lādēšanas (neatkarīgi no darbībām, kas tiek veiktas datorā), un datora lādētājs. Sanāksmes telpā ir 3 elektrības rozetes. Vai sanāksme var ilgt divas pilnas diennaktis, lai nevienam darbiniekam neizlādētos dators, ja zināms, ka bateriju no pilnīgi tukšas līdz pilnai var uzlādēt pusstundā (pat tad, ja tas tiek lietots), turklāt tā lādējas vienmērīgi? Pieņemam, ka lādētāju pārslēgšana laiku neaizņem.
7. Dota ciparu virkne 1234468..., kurā katrs nākamais cipars ir pēdējais cipars no skaitļa, kurš iegūts, reizinot iepriekšējos 4 ciparus. Atrodiet šīs virknes 2015. ciparu!
8. Kuram naturālam skaitlim zem 1000 ir visvairāk naturālu dalītāju? Aprakstiet, kā atradāt šo skaitli. Šoreiz nav nepieciešams pierādīt, ka atrasts labākais iespējamais skaitlis.
9. Dota taisne t , kas plakni sadala divās daļās, un divi punkti, kas abi atrodas vienā plaknes daļā un neatrodas uz taisnes t . Atrodiet īsāko ceļu starp abiem punktiem tā, lai tas iekļautu arī kādu taisnes t punktu.

10. Kāds ir lielākais naturālais skaitlis, ar kuru dalās jebkuru divu dažādu nepāra skaitļu (kas lielāki par 9) kvadrātu starpība?
11. Kādiem veseliem skaitļiem a un b izpildās sekojošā vienādība?

$$\frac{1}{a} + \frac{a}{b} + \frac{1}{ab} = 1$$

12. Ciemā vidējais rūķīša augums ir 1m. Zināms, ka, garākā rūķīša augumu dalot ar īsākā rūķīša augumu, iegūstam a . Pierādīt, ka visiem rūķīšiem augums ir intervālā $[1/a, a]$.
13. Pierādīt, ka vienādojumam $x^2 - 5xy + y^2 = 8$ nav atrisinājuma, kur x un y ir veseli skaitļi.
Padoms: apskatīt atlikumu, dalot ar 3.
14. Andis cītīgi seko līdzī basketbola zvaigznes Andra Biedra soda metienu statistikai. Andis uzskaita precīzos Andra soda metienus no visiem viņa izdarītajiem soda metieniem. Pēc nospēlētas pussezona Andra rādītājs precīzajos soda metienos bija zem 50%. Sezonas beigās spēlētāja vidējais rādītājs jau bija virs 50%. Vai sezonas laikā noteikti bija tāds brīdis, kad Andris Biedrs bija realizējis tieši 50% no izpildītajiem soda metieniem?
15. Zane un Andis spēlē krustiņus un nullītes trijās dimensijās, izmantojot $3 \times 3 \times 3$ kubu, kas sastāv no 27 vienības ($1 \times 1 \times 1$) kubiņiem. Spēlētāji izdara gājienus pamīšus. Uzvar tas, kurš pirmais kā savus atzīmē trīs vienības kubiņus, kuru centri atrodas uz vienas taisnes. Andis, būdams labs draugs, ļauj Zanei spēli sākt. Vai Zane, pareizi spēlējot, vienmēr varēs uzvarēt? Piedāvāji savu algoritmu, kā Zanei vienmēr uzvarēt vai Andim panākt, ka Zane nevar uzvarēt.