



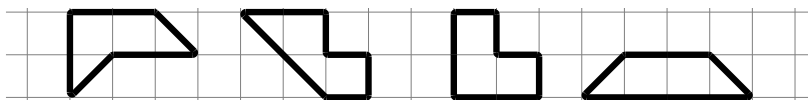
atvērtā kopa
2015

Komandu olimpiāde matemātikā

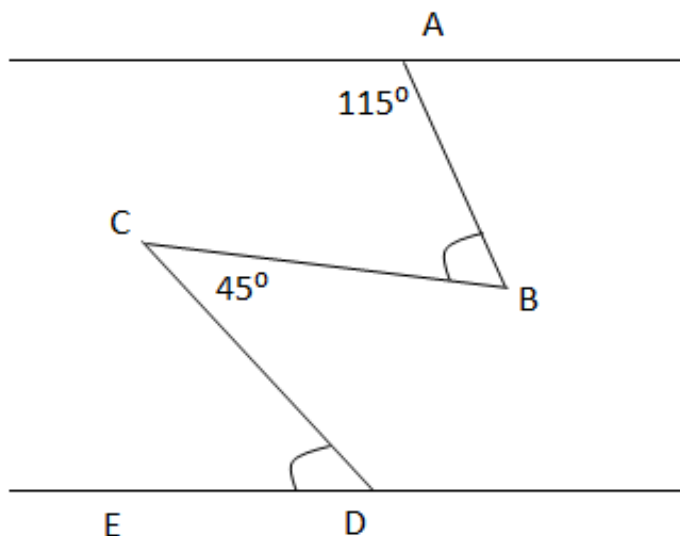
Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 8. klasei

1. *Crémant* šokolādes tāfelītē 48% no svara ir kakao un 20% - rieksti. Cik procentu kakao ir šokolādes masā (neskaitot riekstus)?
2. Rinalds no Siguldas veda dēlu uz slimnīcu Rīgā, braucot ar ātrumu 95 km/h. Pie Vangažiem ir aptuveni 1 km garš posms, kurā ātruma ierobežojums ir 70 km/h. Rinalds nolēma ierobežojumu neievērot, un viņu apstādināja policija. Palīdzi Rinaldam pamatot savu lēmumu nesamazināt ātrumu. Cik daudz laika Rinalds ietaupītu, nesamazinot ātrumu līdz 70 km/h?
3. Olga uz nedēļu viesojas Latvijā un vēlas lietot mobilo internetu. Plāns *A* maksā 0.075 €/MB, bet plāns *B* maksā 5€ un ietver līdz 500MB. Kurš plāns ir izdevīgāks? No kā tas ir atkarīgs?
4. Milo piegādā olas armijai par 5 centiem gabalā. Viņš tās iepērk no "cilvēkiem" Milānā par 7 centiem, lai gan iepriekš tās viņiem pārdevis par 4.25 centiem gab. Kāda ir Milo peļņa par katru olu, ja viņš sākotnēji tās iepērk Sicīlijā par 1 centu gab., un "cilvēki" Milānā ir viņš pats?
5. Izmantojot visas četras zemāk dotās figūras, katru vienu reizi, izveido figūru, kurai ir tādi pati forma kā kādai no dotajām. Ja vari, uzrādi, kā izveidot visas četras! Figūras drīkst rotēt un apgriezt otrādi.



6. Andis un Zane upi ar paralēliem krastiem šķērsoja pa maršutu kā parādīts zīmējumā. Nosakiet leņķi ABC , ja zināms, ka leņķi ABC un CDE ir savstarpēji vienādi.



7. Pierādiet, ka jebkuru divu dažādu nepāra skaitļu kvadrātu starpība dalās ar 8.

8. Atrodiet ciparus a, b, c tā, lai $\overline{abc} = a! + b! + c!$.

Zināšanai: Naturālam n , $n! = n \cdot (n-1) \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1$, bet $0! = 1$.
 \overline{abc} apzīmē skaitli, ko veido cipari a, b, c norādītajā secībā.
Piemēram, ja $a = 1, b = 2, c = 3$, tad $\overline{abc} = 123$.

9. Ražojot cementu, tiek izmantoti vairāki materiāli (to proporcijas cementā skat. zemāk). Kvalitātes departamenta vadītāja Eva vēlējās atbrīvoties no ražošanas blakus produkta - ķīmiskiem putekļiem (BPD), pievienojot to cementam. Diemžēl BPD ir augsts hlora saturs - 11.3614%, tādēļ to var pievienot tikai ierobežotā daudzumā. Kāds ir maksimālais daudzums BPD (procentos no jauniegūtā cementa), ko Eva varētu pievienot cementam, ja atļautais hlora daudzums cementā ir 0.0085% un pārējo materiālu hlora saturs ir norādīts tabulā?

Materiāls	Proporcija cementā	Hlora saturs
Klinkers	80.0%	0.0009%
ģipšakmens	5.0%	-
Šlaga	5.0%	0.0005%
Kaļķakmens	10.0%	0.0065%

10. Sanāksmē piedalās 27 dalībnieki. Katram no viņiem ir portatīvais dators ar pilnībā uzlādētu bateriju, kura var izturēt 4 stundas bez lādēšanas (neatkarīgi no darbībām, kas tiek veiktas datorā), un datora lādētājs. Sanāksmes telpā ir 3 elektrības rozetes. Cik ilgi var notikt sanāksme, lai nevienam darbiniekam neizlādētos dators, ja zināms, ka bateriju no pilnīgi tukšas līdz pilnai var uzlādēt pusstundā (pat tad, ja tas tiek lietots), turklāt tā lādējas vienmērīgi? Pieņemam, ka lādētāju pārslēgšana laiku neaizņem.

11. Dota taisne t , kas plakni sadala divās daļās, un divi punkti, kas abi atrodas vienā plaknes daļā un neatrodas uz taisnes t . Atrodiet īsāko ceļu starp abiem punktiem tā, lai tas iekļautu arī kādu taisnes t punktu.

12. Dotas monētas ar 1, 2, 5, 10 un 20 centu nomināliem. Katram skaitlim k ar M_k apzīmēsim mazāko monētu skaitu, kurš nepieciešams, lai samaksātu k centus. Kurš no skaitļiem $M_1, M_2, M_3, \dots, M_{2014}, M_{2015}$ ir lielākais?

13. Pierādīt, ka vienādojumam $x^2 - 5xy + y^2 = 8$ nav atrisinājuma, kur x un y ir veseli skaitļi.

Padoms: apskatīt atlikumu, dalot ar 3.

14. Andis cītīgi seko līdz basketbola zvaigznes Andra Biedra soda metienu statistikai. Andis uzskaita precīzos Andra soda metienus no visiem viņa izdarītajiem soda metieniem. Pēc nospēlētas pussezona Andra rādītājs precīzajos soda metienos bija zem 50%. Sezona beigās spēlētāja vidējais rādītājs jau bija virs 50%. Vai sezonas laikā noteikti bija tāds brīdis, kad Andris Biedrs bija realizējis tieši 50% no izpildītajiem soda metieniem?

15. Zane un Andis spēlē krustiņus un nullītes trijās dimensijās, izmantojot $3 \times 3 \times 3$ kubu, kas sastāv no 27 vienības ($1 \times 1 \times 1$) kubiņiem. Spēlētāji izdara gājienus pamīšus. Uzvar tas, kurš pirmais kā savus atzīmē trīs vienības kubiņus, kuru centri atrodas uz vienas taisnes. Andis, būdams labs draugs, ļauj Zanei spēli sākt. Vai Zane, pareizi spēlējot, vienmēr varēs uzvarēt? Piedāvāji savu algoritmu, kā Zanei vienmēr uzvarēt vai Andim panākt, ka Zane nevar uzvarēt.