



Komandu olimpiāde matemātikā

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 7. klasei

1. 4 melnās govīs un 5 brūnās govīs 7 dienās dod tikpat piena, cik 6 melnās govīs un 4 brūnās govīs 6 dienās. Kurš no govju tiptiem ir ražīgāks?
2. Orbitreks vēlas nopirkt dzīvokli, kura cena ir intervālā no 20 000 Ls līdz 40 000 Ls un kura platība ir intervālā no 45m² līdz 70m². Kāds ir cenas par kvadrātmetru (Ls/m²) intervāls, kādā Orbitreks meklē dzīvokli?
3. Ilze kļuva par auklīti, kad viņai bija 18 gadu. Kad viņa pieskatīja kādu bērnu, tā vecums nekad nebija vairāk par pusi no viņas vecuma. Ilzei pašlaik ir 25 gadi, un pieskatīt bērnu viņa beidza pirms 3 gadiem. Kāds šobrīd ir lielākais iespējamais vecums bērnam, ko ir pieskatījusi Ilze?
4. Ja maiņas kurss ir 17 sant. pret 1 poļu zlotu (PLN), ar cik procentu uzcenojumu Irīdeja.lv piedāvā ievest IKEA preces no Polijas (skat. cenas formulu ilustrācijā)?

www.irideja.lv
no **IKEA**

$\frac{PLN}{4} - 8\%$
[cenas formula]

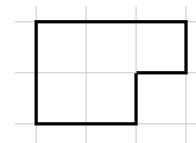
5. Liene brauc piedalīties dizaina izstādē Milānā, un līdzī vēlas paņemt 10 × 15cm kartītes izdalīšanai. Atļautais bagāžas svars ir 8kg, no tiem 3.5kg sver pati soma, un vēl 2.7kg - drēbes un higiēnas piederumi.
 - a) Cik kartītes ir iespējams paņemt līdzī, ja tās drukā uz 200g/m² papīra?
 - b) Uz cik smaga papīra varētu drukāt, ja nepieciešamas 1000 kartītes?
6. Vispārējās negācijas, kas piemēklējušas Latvijas metalurģijas flagmani un izpaužas kā strauja ražošanas apjoma samazināšanās un nespēja tikt galā ar savām saistībām, izraisījušas straujas uzņēmuma akciju cenas svārstības. 2013. gada 12. aprīlī kompānijas akcijas cena nokritās par 86%, bet nākamajā dienā pieauga par 85,43%. Vai akciju vērtība tādējādi atgriezās ļoti tuvu ($\pm 3\%$) sākotnējai vērtībai, pirms dotajām svārstībām?
7. Edgara 70 kareivju armija 3 frontēs cīnās pret Olgas 40 kareivju armiju. Tā armija, kas iegūst uzvaru vairāk frontēs nekā pretinieks, uzvar karā. Vai Olga var droši uzvarēt karā, ja viņa zina, kā Edgars ir sadalījis savu armiju pa 3 frontēm? (Cīņu frontē uzvar tā armija, kurai ir vairāk kareivju).
8. Katram cilvēkam tiek piešķirts Renāra skaitlis, kurš norāda, cik rokas spiedienu "attālumā" dotais cilvēks ir no Renāra. Renāra paša Renāra skaitlis ir 0. Tiem, kas Renāram personīgi ir spieduši roku, Renāra skaitlis ir 1. Ja starp tiem cilvēkiem, kam kāds cilvēks X ir personīgi spiedis roku, mazākais Renāra skaitlis ir n , tad cilvēka X Renāra skaitlis ir $n + 1$. Analogi Ilzes skaitlis uzrāda rokas spiedienu "attālumā" līdzīlzei. Savukārt katra cilvēka Ilzes-Renāra skaitlis ir Renāra un Ilzes skaitļu summa. Pierādīt, ka tāds cilvēks, kuram Renāra-Ilzes skaitlis ir vismazākais, nav viens vienīgs.

9. Ir prognozēts, ka turpmāk katru gadu kādos 3 no 6 lielākajiem Marsa krāteriem iekritīs pa vienai Baltijas kosmosa zondei. Viltīgais Baltijas Kosmosa asociācijas prezidents paziņoja, ka krāterus no zondēm iztīrīs tikai tad, kad to varēs izdarīt visefektīvāk, t.i., kad katrā no 6 krāteriem gada beigās būs vienāds zonžu skaits. Vai 6 lielākie Marsa krāteri tiks kādreiz iztīrīti, ja tajos jau tagad kopā iekritušas 8 zondes?
10. Dota informatīva tabula par pašvaldību vēlēšanu kandidātu pazīmēm. Nav tādu kandidātu, kuriem attiecīgās pašvaldības teritorijā nav īpašuma un kuri tajā ne dzīvo, ne strādā.
- Cik daudz kandidātu nedzīvo attiecīgajā pašvaldībā?
 - Cik daudz kandidātu kopumā pieteikušies vēlēšanās?
 - Cik daudz kandidātu dzīvo pašvaldībā, bet tur nepieder īpašumi, un tur nestrādā?
 - Cik daudz ir kandidātu, kam pašvaldībā ir tikai īpašums?

Dzīvo	7940
Dzīvo, ir īpašums	62
Dzīvo, strādā	68
Dzīvo, strādā, ir īpašums	7
Nedzīvo, bet ir īpašums	341
Nedzīvo, bet strādā	579
Tikai strādā un ir īpašums	12

11. Vai no tādām figūrām, kāda attēlota pa labi (to grozot un spoguļojot), var salikt:

- taisnstūri ar izmēru 7×10 rūtiņas,
- taisnstūri ar izmēru 7×7 rūtiņas,
- taisnstūri ar izmēru 9×9 , kuram izņemta vidējā rūtiņa?



12. Raivis, Kristiāna, Anete, Marta un Mārtiņš devās velobraucienā uz Valmieru, kur apmeklēja arī teātri. Teātra biļete vienam cilvēkam maksā 8 Ls un tās visiem nopirka Kristiāna. Raivis, Marta un Mārtiņš Kristiānai par biļetēm naudu atdeva jau pirms brauciena. Kristiāna uz Valmieru aizbrauca piektdienas vakarā un nopirka produktus brokastīm, kas maksāja 15 Ls. Pārējie brauca sestdienas rītā un visiem biļetes nopirka Raivis, kopā samaksādams 15.36 Ls. Raivis arī nopirka uzkodas velobrauciena pirmajai daļai par 3 Ls, savukārt Mārtiņš nopirka produktus vakariņām par 18 Ls. Par visu pārējo katrs maksāja individuāli. Piedāvāriet ērtu veidu, kā ceļabiedriem nokārtot rēķinus, veicot pēc iespējas mazāk savstarpējus maksājumus! Ņemiet vērā, ka Mārtiņš maksā arī par Martu!

13. Klasē ir n puisi un m meitenes. Katra meitene novērtēja katru puisi ar 1 – 10 punktiem. Tad viņas mēģināja izlemt, kā labāk taisīt balli:

- aicināt tikai to puisi, kurš kopā ieguvis visvairāk punktu (ja tādi ir vairāki, izvēlas vienu);
- aicināt tos pušus, kuri kādai no meitenēm patikuši vislabāk.

Katrai meitenei pienākas deja ar vienu no uzaicinātajiem pušiem, pēc izvēles. Saskaitām punktus, ko katra meitene bija iedevusi savam dejas partnerim. Pierādīt, ka variantā b) punktu kopsūma būs vismaz tikpat liela kā variantā a).

14. Vai ir iespējams izkrāsot $n \times n$ kvadrāta rūtiņas melnā un baltā krāsā tā, lai nevarētu atrast $k \times k$ apakškvadrātu ($2 \leq k \leq n$), kura četras stūra rūtiņas ir vienādā krāsā, gadījumā, ja

- $n = 4$;
- $n = 6$?

15. Sacensībās piedalījās 2013 riteņbraucēji. Tie uzsāka sacensības viens pēc otra ar individuālu startu, un katrs no tiem brauca ar nemainīgu ātrumu (tas var atšķirties starp braucējiem). Vai varēja gadīties, ka katrs no braucējiem piedalījās apdzīšanā tieši 1006 reizes? (Braucēji, kurus apdzina, arī piedalās apdzīšanā.)

Padoms: Apskati pirmo un pēdējo startu!



Komandu olimpiāde matemātikā

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 8. klasei

1. Cik reižu diennaktī pulksteņa minūšu un stundu rādītāji pārklājas jeb apdzē viens otru?
2. Ja maiņas kurss ir 17 sant. pret 1 poļu zlotu (PLN), ar cik procentu uzcenojumu Irīdeja.lv piedāvā ievest IKEA preces no Polijas (skat. cenas formulu ilustrācijā)?

www.irideja.lv $\frac{\text{PLN}}{4} - 8\%$
no IKEA [cenas formula]

3. Liene brauc piedalīties dizaina izstādē Milānā, un līdzi vēlas paņemt 10×15 cm kartītes izdalīšanai. Atļautais bagāžas svars ir 8kg, no tiem 3.5kg sver pati soma, un vēl 2.7kg - drēbes un higiēnas piederumi.
 - a) Cik kartītes ir iespējams paņemt līdzi, ja tās drukā uz $200\text{g}/\text{m}^2$ papīra?
 - b) Uz cik smaga papīra varētu drukāt, ja nepieciešamas 1000 kartītes?
4. Dota informatīva tabula par pašvaldību vēlēšanu kandidātu pazīmēm. Nav tādu kandidātu, kuriem attiecīgās pašvaldības teritorijā nav īpašuma un kuri tajā ne dzīvo, ne strādā.
 - a) Cik daudz kandidātu nedzīvo attiecīgajā pašvaldībā?
 - b) Cik daudz kandidātu kopumā pieteikušies vēlēšanās?
 - c) Cik daudz kandidātu dzīvo pašvaldībā, bet tur nepieder īpašumi, un tur nestrādā?
 - d) Cik daudz ir kandidātu, kam pašvaldībā ir tikai īpašums?

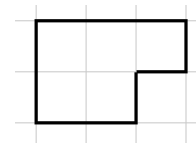
Dzīvo	7940
Dzīvo, ir īpašums	62
Dzīvo, strādā	68
Dzīvo, strādā, ir īpašums	7
Nedzīvo, bet ir īpašums	341
Nedzīvo, bet strādā	579
Tikai strādā un ir īpašums	12

5. Ir prognozēts, ka turpmāk katru gadu kādos 3 no 6 lielākajiem Marsa krāteriem iekritīs pa vienai Baltijas kosmosa zondei. Viltīgais Baltijas Kosmosa asociācijas prezidents paziņoja, ka krāterus no zondēm iztīrīs tikai tad, kad to varēs izdarīt visefektīvāk, t.i., kad katrā no 6 krāteriem gada beigās būs vienāds zonžu skaits. Vai 6 lielākie Marsa krāteri tiks kādreiz iztīrīti, ja tajos jau tagad kopā iekritušas 8 zondes?
6. Kāds ir mazākais skaitlis, kuram ir tieši 7 dalītāji?
7. Sestdienas rītā Mārtiņš apsolīja Martu vakarā aizvest uz teātri, ja Marta atradīs tādus divus dažādus naturālus skaitļus, ka pirmā skaitļa kubs ir vienāds ar otrā skaitļa kvadrātu. Vai Martai ir cerības tikt uz teātri?

8. Cik veidos uz 5×10 rūtiņu laukuma var uzzīmēt trijstūri ABC , ja zināms, ka virsotnes ir rūtiņu stūros, virsotnē A ir taisns leņķis, un mala AC ir paralēla rūtiņu laukuma garākajai malai,
- ja virsotnes ABC nosauktas pulksteņrādītāja virzienā;
 - ja virsotnes var būt jebkādā secībā?

9. Vai no tādām figūrām, kāda attēlota pa labi (to grozot un spoguļojot), var salikt:

- taisnstūri ar izmēru 7×10 rūtiņas,
- taisnstūri ar izmēru 7×7 rūtiņas,
- taisnstūri ar izmēru 9×9 , kuram izņemta vidējā rūtiņa?



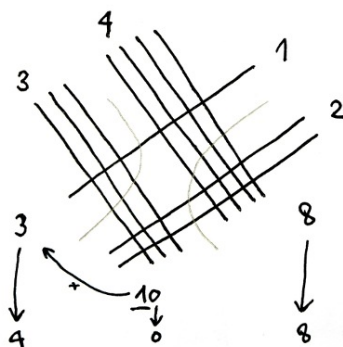
10. Klasē ir n puisi un m meitenes. Katra meitene novērtēja katru puisi ar 1 – 10 punktiem. Tad viņas mēģināja izlemt, kā labāk taisīt balli:

- aicināt tikai to puisi, kurš kopā ieguvis visvairāk punktu (ja tādi ir vairāki, izvēlas vienu);
- aicināt tos pušus, kuri kādai no meitenēm patikuši vislabāk.

Katrai meitenei pienākas deja ar vienu no uzaicinātajiem pušiem, pēc izvēles. Saskaitām punktus, ko katra meitene bija iedevusi savam dejas partnerim. Pierādīt, ka variantā b) punktu kopsomma būs vismaz tikpat liela kā variantā a).

11. Raivis, Kristiāna, Anete, Marta un Mārtiņš devās velobraucienā uz Valmieru, kur apmeklēja arī teātri. Teātra biļete vienam cilvēkam maksā 8 Ls un tās visiem nopirka Kristiāna. Raivis, Marta un Mārtiņš Kristiānai par biļetēm naudu atdeva jau pirms brauciena. Kristiāna uz Valmieru aizbrauca piektdienas vakarā un nopirka produktus brokastīm, kas maksāja 15 Ls. Pārējie brauca sestdienas rītā un visiem biļetes nopirka Raivis, kopā samaksādams 15.36 Ls. Raivis arī nopirka uzkodas velobrauciena pirmajai daļai par 3 Ls, savukārt Mārtiņš nopirka produktus vakariņām par 18 Ls. Par visu pārējo katrs maksāja individuāli. Piedāvāriet ērtu veidu, kā ceļabiedriem nokārtot rēķinus, veicot pēc iespējas mazāk savstarpējus maksājumus! Ņemiet vērā, ka Mārtiņš maksā arī par Martu!

12. Zīmējumā parādīts, kā aprēķināt $12 \times 34 = 408$, izmantojot japāņu reizināšanu. Izskaidrot, kā šī metode darbojas!



13. Vai ir iespējams izkrāsot $n \times n$ kvadrāta rūtiņas melnā un baltā krāsā tā, lai nevarētu atrast $k \times k$ apakškvadrātu ($2 \leq k \leq n$), kura četras stūra rūtiņas ir vienādā krāsā, gadījumā, ja

- $n = 4$;
- $n = 6$?

14. Aplī sakārtotas 2013 monētas. Renārs no kādas monētas sāk skaitīt un katru 1987. monētu apgriež, līdz viņam jāapgriež jau apgriezta monēta - to Renārs nedara un beidz griešanu. Vai šajā brīdī visas monētas ir apgrieztas?

15. Sacensībās piedalījās 2013 riteņbraucēji. Tie uzsāka sacensības viens pēc otra ar individuālu startu, un katrs no tiem brauca ar nemainīgu ātrumu (tas var atšķirties starp braucējiem). Vai varēja gadīties, ka katrs no braucējiem piedalījās apdzīšanā tieši 1006 reizes? (Braucēji, kurus apdzien, arī piedalās apdzīšanā.)
Padoms: Apskati pirmo un pēdējo startu!



Komandu olimpiāde matemātikā

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 9. klasei

1. Orbitreks vēlas nopirkt dzīvokli, kura cena ir intervālā no 20 000 Ls līdz 40 000 Ls un kura platība ir intervālā no 45m² līdz 70m². Kāds ir cenas par kvadrātmētru (Ls/m²) intervāls, kādā Orbitreks meklē dzīvokli?
2. Ilze kļuva par auklīti, kad viņai bija 18 gadu. Kad viņa pieskatīja kādu bērnu, tā vecums nekad nebija vairāk par pusi no viņas vecuma. Ilzei pašlaik ir 25 gadi, un pieskatīt bērnus viņa beidza pirms 3 gadiem. Kāds šobrīd ir lielākais iespējamais vecums bērnam, ko ir pieskatījusi Ilze?
3. Edgaram ir divas *Credit Suisse* norēķinu kartes. Par skaidras naudas izņemšanu ārzemēs ar *Maestro* karti komisija ir 5 Šveices franki + 0.5% no izņemtās summas. Savukārt *Master* kartei komisija ir 4% no izņemtās summas, bet ne mazāk kā 10 franki. Ar kuru karti ir izdevīgāk izņemt skaidru naudu?
4. Dota informatīva tabula par pašvaldību vēlēšanu kandidātu pazīmēm. Nav tādu kandidātu, kuriem attiecīgās pašvaldības teritorijā nav īpašuma un kuri tajā ne dzīvo, ne strādā.
 - a) Cik daudz kandidātu nedzīvo attiecīgajā pašvaldībā?
 - b) Cik daudz kandidātu kopumā pieteikušies vēlēšanās?
 - c) Cik daudz kandidātu dzīvo pašvaldībā, bet tur nepieder īpašumi, un tur nestrādā?
 - d) Cik daudz ir kandidātu, kam pašvaldībā ir tikai īpašums?

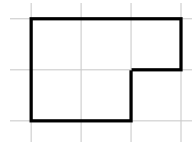
Dzīvo	7940
Dzīvo, ir īpašums	62
Dzīvo, strādā	68
Dzīvo, strādā, ir īpašums	7
Nedzīvo, bet ir īpašums	341
Nedzīvo, bet strādā	579
Tikai strādā un ir īpašums	12

5. Edgara 70 kareivju armija 3 frontēs cīnās pret Olgas 40 kareivju armiju. Tā armija, kas iegūst uzvaru vairāk frontēs nekā pretinieks, uzvar karā. Vai Olga var droši uzvarēt karā, ja viņa zina, kā Edgars ir sadalījis savu armiju pa 3 frontēm? (Cīņu frontē uzvar tā armija, kurai ir vairāk kareivju).
6. Klasē ir n puīši un m meitenes. Katra meitene novērtēja katru puisi ar 1 – 10 punktiem. Tad viņas mēģināja izlemt, kā labāk taisīt balli:
 - a) aicināt tikai to puisi, kurš kopā ieguvis visvairāk punktu (ja tādi ir vairāki, izvēlas vienu);
 - b) aicināt tos puīšus, kuri kādai no meitenēm patikuši vislabāk.Katrai meitenei pienākas deja ar vienu no uzaicinātajiem puīšiem, pēc izvēles. Saskaitām punktus, ko katra meitene bija iedevusi savam dejas partnerim. Pierādīt, ka variantā b) punktu kopsomma būs vismaz tikpat liela kā variantā a).

7. Cik veidos uz 5×10 rūtiņu laukuma var uzzīmēt trijstūri ABC , ja zināms, ka virsotnes ir rūtiņu stūros, virsotnē A ir taisns leņķis, un mala AC ir paralēla rūtiņu laukuma garākajai malai,
- ja virsotnes ABC nosauktas pulksteņrādītāja virzienā;
 - ja virsotnes var būt jebkādā secībā?

8. Vai no tādām figūrām, kāda attēlota pa labi (to grozot un spoguļojot), var salikt:

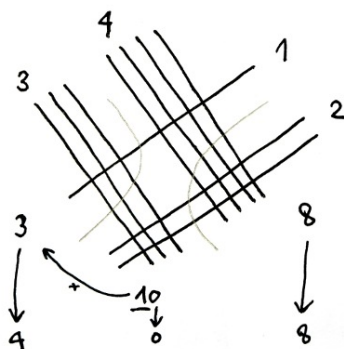
- taisnstūri ar izmēru 7×10 rūtiņas,
- taisnstūri ar izmēru 7×7 rūtiņas,
- taisnstūri ar izmēru 9×9 , kuram izņemta vidējā rūtiņa?



9. Latvijā bērniem obligāti jāpabeidz pamatskola. Šobrīd uz profesionālajām izglītības iestādēm aiziet 36% jauniešu pēc 9.klases beigšanas. Pieņemsim, ka visi pārējie turpina mācības vidusskolā ("izglītība pēc 9.klases beigšanas būtu noteikti jāturpina, jo palikšana ar šādu izglītības līmeni ir drošākais ceļš uz bezdarbnieku rindām," BNS). 9% vidusskolēnu dažādu iemeslu dēļ pārtrauc mācības un aiziet no vidusskolas. 37% vidusskolu absolventu neturpina mācības augstskolā. Balstoties uz doto informāciju (un izskaidrojot savus papildu pieņēmumus), aprēķināt, cik procentiem cilvēku darbspējīgā vecumā ir iegūta augstākā izglītība.

10. Kāds ir mazākais skaitlis, kuram ir tieši 7 dalītāji?

11. Zīmējumā parādīts, kā aprēķināt $12 \times 34 = 408$, izmantojot japāņu reizināšanu. Izskaidrot, kā šī metode darbojas!



12. Katram cilvēkam tiek piešķirts Renāra skaitlis, kurš norāda, cik rokas spiedienu "attālumā" dotais cilvēks ir no Renāra. Renāra paša Renāra skaitlis ir 0. Tiem, kas Renāram personīgi ir spieduši roku, Renāra skaitlis ir 1. Ja starp tiem cilvēkiem, kam kāds cilvēks X ir personīgi spiedis roku, mazākais Renāra skaitlis ir n , tad cilvēka X Renāra skaitlis ir $n + 1$. Analogi Ilzes skaitlis uzrāda rokas spiedienu "attālumā" līdz Ilzei. Savukārt katra cilvēka Ilzes-Renāra skaitlis ir Renāra un Ilzes skaitļu summa. Pierādīt, ka tāds cilvēks, kuram Renāra-Ilzes skaitlis ir vismazākais, nav viens vienīgs.

13. Vai ir iespējams izkrāsot $n \times n$ kvadrāta rūtiņas melnā un baltā krāsā tā, lai nevarētu atrast $k \times k$ apakškvadrātu ($2 \leq k \leq n$), kura četras stūra rūtiņas ir vienādā krāsā, gadījumā, ja

- $n = 4$;
- $n = 7$?

14. Apļi sakārtotas 2013 monētas. Renārs no kādas monētas sāk skaitīt un katru 1987. monētu apgriež, līdz viņam jāapgriež jau apgriezta monēta - to Renārs nedara un beidz griešanu. Vai šajā brīdī visas monētas ir apgrieztas?

15. Kādi ir iespējamie vienādmalu trijstūra malas garumi, ja zināms, ka to var sagriezt vienādsānu trapecēs, kuru viena pamata garums ir 2 cm, bet pārējās malas ir 1 cm garas.



Komandu olimpiāde matemātikā

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 10. klasei

- Orbitreks vēlas nopirkt dzīvokli, kura cena ir intervālā no 20 000 Ls līdz 40 000 Ls un kura platība ir intervālā no 45m² līdz 70m². Kāds ir cenas par kvadrātmētru (Ls/m²) intervāls, kādā Orbitreks meklē dzīvokli?
- Ilze kļuva par auklīti, kad viņai bija 18 gadu. Kad viņa pieskatīja kādu bērnu, tā vecums nekad nebija vairāk par pusi no viņas vecuma. Ilzei pašlaik ir 25 gadi, un pieskatīt bērnus viņa beidza pirms 3 gadiem. Kāds šobrīd ir lielākais iespējamais vecums bērnam, ko ir pieskatījusi Ilze?
- Sestdienas rītā Mārtiņš apsolīja Martu vakarā aizvest uz teātri, ja Marta atradīs tādus divus dažādus naturālus skaitļus, ka pirmā skaitļa kubs ir vienāds ar otrā skaitļa kvadrātu. Vai Martai ir cerības tikt uz teātri?
- Cik veidos uz 5 × 10 rūtiņu laukuma var uzzīmēt trijstūri *ABC*, ja zināms, ka virsotnes ir rūtiņu stūros, virsotnē *A* ir taisns leņķis, un mala *AC* ir paralēla rūtiņu laukuma garākajai malai,
 - ja virsotnes *ABC* nosauktas pulksteņrādītāja virzienā;
 - ja virsotnes var būt jebkādā secībā?
- Kāds ir mazākais skaitlis, kuram ir tieši 7 dalītāji?
- Fotoattēla gaišums ir atkarīgs no **gaismas daudzuma**, kas nonāk uz gaismjutīgā elementa, un to var regulēt ar trim parametriem. Tas ir tieši proporcionāls ekspozīcijas ilgumam (slēdža ātrumam). Tas atkarīgs arī no diafragmas atvēruma. Šis "F" skaitlis tiek iegūts pēc formulas $F = \text{fokusa attālums} / \text{atvēruma diametrs}$, tātad mazāks skaitlis nozīmē lielāku atvērumu un vairāk iepļūstošās gaismas. Iepļūstošās gaismas daudzums ir proporcionāls (apļveida) atvēruma *laukumam*. Trešais parametrs ir gaismjutīgā elementa jutīgums, jeb ISO - dubultojot ISO skaitli, pietiek ar pusi no gaismas daudzuma. Automātiskais režīms piedāvā treknajā drukā dotos parametrus. Aizpildi tukšās rūtiņas tabulā, lai iegūtu citas kombinācijas ar tādu pašu bildes gaišumu (pierādījums nav nepieciešams)! Fokusa attālums netiek mainīts.

Slēdža ātrums sek.	1/125	1/250	1/125	?	1/500	1/1000
Diafragmas atvēruma	F5.6	F5.6	?	F2.8	?	F4.0
ISO	200	?	400	100	200	?

- Latvijā bērniem obligāti jāpabeidz pamatskola. Šobrīd uz profesionālajām izglītības iestādēm aiziet 36% jauniešu pēc 9.klases beigšanas. Pieņemsim, ka visi pārējie turpina mācības vidusskolā ("izglītība pēc 9.klases beigšanas būtu noteikti jāturpina, jo palikšana ar šādu izglītības līmeni ir drošākais ceļš uz bezdarbnieku rindām," BNS). 9% vidusskolēnu dažādu iemeslu dēļ pārtrauc mācības un aiziet no vidusskolas. 37% vidusskolu absolventu neturpina mācības augstskolā. Balstoties uz doto informāciju (un izskaidrojot savus papildu pieņēmumus), aprēķināt, cik procentiem cilvēku darbspējīgā vecumā ir iegūta augstākā izglītība.

- 8.** Raivis, Kristiāna, Anete, Marta un Mārtiņš devās velobraucienā uz Valmieru, kur apmeklēja arī teātri. Teātra biļete vienam cilvēkam maksā 8 Ls un tās visiem nopirka Kristiāna. Raivis, Marta un Mārtiņš Kristiānai par biļetēm naudu atdeva jau pirms brauciena. Kristiāna uz Valmieru aizbrauca piektdienas vakarā un nopirka produktus brokastīm, kas maksāja 15 Ls. Pārējie brauca sestdienas rītā un visiem biļetes nopirka Raivis, kopā samaksājams 15.36 Ls. Raivis arī nopirka uzkodas velobrauciena pirmajai daļai par 3 Ls, savukārt Mārtiņš nopirka produktus vakariņām par 18 Ls. Par visu pārējo katrs maksāja individuāli. Piedāvāriet ērtu veidu, kā ceļabiedriem nokārtot rēķinus, veicot pēc iespējas mazāk savstarpējus maksājumus! Nemiet vērā, ka Mārtiņš maksā arī par Martu!
- 9.** Katram cilvēkam tiek piešķirts Renāra skaitlis, kurš norāda, cik rokas spiedienu "attālumā" dotais cilvēks ir no Renāra. Renāra paša Renāra skaitlis ir 0. Tiem, kas Renāram personīgi ir spieduši roku, Renāra skaitlis ir 1. Ja starp tiem cilvēkiem, kam kāds cilvēks X ir personīgi spiedis roku, mazākais Renāra skaitlis ir n , tad cilvēka X Renāra skaitlis ir $n + 1$. Analogi Ilzes skaitlis uzrāda rokas spiedienu "attālumu" līdz Ilzei. Savukārt katra cilvēka Ilzes-Renāra skaitlis ir Renāra un Ilzes skaitļu summa. Pierādīt, ka tāds cilvēks, kuram Renāra-Ilzes skaitlis ir vismazākais, nav viens vienīgs.
- 10.** Pierādīt, ka, aprēķinot harmonisko summu $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{N}$ pietiekami lielam N , mēs varēsim pārsniegt jebkuru prasīto skaitli.
Padoms: salīdzini šo summu ar $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots$
- 11.** Vai ir iespējams izkrāsot $n \times n$ kvadrāta rūtiņas melnā un baltā krāsā tā, lai nevarētu atrast $k \times k$ apakškvadrātu ($2 \leq k \leq n$), kura četras stūra rūtiņas ir vienādā krāsā, gadījumā, ja
- $n = 4$;
 - $n = 7$?
- 12.** Pieņemsim, ka mēs gribam atrisināt **11.** uzdevumā aprakstīto krāsošanas problēmu, ar datoru pārbaudot pilnīgi visus krāsojumus. Pieņemot, ka dators 1 sekundē var pārbaudīt 1 miljardu (10^9) krāsojumu, kāds ir lielākais n , kuram iespējams pārbaudīt visus krāsojumus aptuveni nedēļas laikā? Un šī gadsimta laikā? (Drīkst izmantot, ka $2^{10} \approx 10^3$.)
- 13.** Kādi ir iespējamie vienādmalu trijstūra malas garumi, ja zināms, ka to var sagriezt vienādsānu trapecēs, kuru viena pamata garums ir 2 cm, bet pārējās malas ir 1 cm garas.
- 14.** Neša kungs piedāvā par nelielu samaksu spēlēt spēli ar laimestu. $n \times n$ tabulā katrā rūtiņā ir ierakstīts kāds skaitlis. Spēlei ir divi varianti:
- vispirms tu izvēlies no katras rindiņas pa skaitlim, tad Neša kungs izvēlas vienu no tiem un izmaksā atbilstošu laimestu;
 - vispirms Neša kungs izvēlas no katras kolonnas pa skaitlim, tad tu izvēlies vienu no tiem un saņem atbilstošu laimestu.
- Kurš no variantiem būs tev izdevīgāks?
- 15.** Apī sakārtotas 2013 monētas. Renārs no kādas monētas sāk skaitīt un katru k -to monētu apgriez, līdz viņam jāapgriez jau apgriezta monēta - to Renārs nedara un beidz griešanu. Pie kādām k vērtībām Renārs apgriezīs visas monētas?

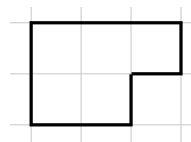


Komandu olimpiāde matemātikā

Katrs uzdevums tiek vērtēts ar 0-5 punktiem. Uzdevumu risināšanai dotas 3 astronomiskās stundas. Risinājumos ir jāuzrāda veiktie aprēķini un risinājuma gaita.

Uzdevumi 11. klasei

- Edgaram ir divas *Credit Suisse* norēķinu kartes. Par skaidras naudas izņemšanu ārzemēs ar *Maestro* karti komisija ir 5 Šveices franki + 0.5% no izņemtās summas. Savukārt *Master* kartei komisija ir 4% no izņemtās summas, bet ne mazāk kā 10 franki. Ar kuru karti ir izdevīgāk izņemt skaidru naudu?
- Vispārējās negācijas, kas piemeklējušas Latvijas metalurģijas flagmani un izpaužas kā strauja ražošanas apjoma samazināšanās un nespēja tikt galā ar savām saistībām, izraisījušas straujas uzņēmuma akciju cenas svārstības. 2013. gada 12. aprīlī kompānijas akcijas cena nokritās par 86%, bet nākamajā dienā pieauga par 85,43%. Vai akciju vērtība tādējādi atgriezās ļoti tuvu ($\pm 3\%$) sākotnējai vērtībai, pirms dotajām svārstībām?
- Edgara 70 kareivju armija 3 frontēs cīnās pret Olgas 40 kareivju armiju. Tā armija, kas iegūst uzvaru vairāk frontēs nekā pretinieks, uzvar karā. Vai Olga var droši uzvarēt karā, ja viņa zina, kā Edgars ir sadalījis savu armiju pa 3 frontēm? (Cīņu frontē uzvar tā armija, kurai ir vairāk kareivju).
- Sestdienas rītā Mārtiņš apsolīja Martu vakarā aizvest uz teātri, ja Marta atradīs tādus divus dažādus naturālus skaitļus, ka pirmā skaitļa kubs ir vienāds ar otrā skaitļa kvadrātu. Vai Martai ir cerības tikt uz teātri?
- Vai no tādām figūrām, kāda attēlota pa labi (to grozot un spoguļojot), var salikt:
 - taisnstūri ar izmēru 7×10 rūtiņas,
 - taisnstūri ar izmēru 7×7 rūtiņas,
 - taisnstūri ar izmēru 9×9 , kuram izņemta vidējā rūtiņa?
- Kāds ir mazākais skaitlis, kuram ir tieši 7 dalītāji?
- Fotoattēla gaišums ir atkarīgs no **gaismas daudzuma**, kas nonāk uz gaismjutīgā elementa, un to var regulēt ar trim parametriem. Tas ir tieši proporcionāls ekspozīcijas ilgumam (slēdža ātrumam). Tas atkarīgs arī no diafragmas atvēruma. Šis "F" skaitlis tiek iegūts pēc formulas $F = \text{fokusa attālums} / \text{atvēruma diametrs}$, tātad mazāks skaitlis nozīmē lielāku atvērumu un vairāk ieplūstošās gaismas. Ieplūstošās gaismas daudzums ir proporcionāls (apļveida) atvēruma *laukumam*. Trešais parametrs ir gaismjutīgā elementa jutīgums, jeb ISO - dubultojot ISO skaitli, pietiek ar pusi no gaismas daudzuma. Automātiskais režīms piedāvā treknajā drukā dotos parametrus. Aizpildi tukšās rūtiņas tabulā, lai iegūtu citas kombinācijas ar tādu pašu bildes gaišumu (pierādījums nav nepieciešams)! Fokusa attālums netiek mainīts.



Slēdža ātrums sek.	1/125	1/250	1/125	?	1/500	1/1000
Diafragmas atvērums	F5.6	F5.6	?	F2.8	?	F4.0
ISO	200	?	400	100	200	?

- 8.** Raivis, Kristiāna, Anete, Marta un Mārtiņš devās velobraucienā uz Valmieru, kur apmeklēja arī teātri. Teātra biļete vienam cilvēkam maksā 8 Ls un tās visiem nopirka Kristiāna. Raivis, Marta un Mārtiņš Kristiānai par biļetēm naudu atdeva jau pirms brauciena. Kristiāna uz Valmieru aizbrauca piektdienas vakarā un nopirka produktus brokastīm, kas maksāja 15 Ls. Pārējie brauca sestdienas rītā un visiem biļetes nopirka Raivis, kopā samaksājams 15.36 Ls. Raivis arī nopirka uzkodas velobrauciena pirmajai daļai par 3 Ls, savukārt Mārtiņš nopirka produktus vakariņām par 18 Ls. Par visu pārējo katrs maksāja individuāli. Piedāvāriet ērtu veidu, kā ceļabiedriem nokārtot rēķinus, veicot pēc iespējas mazāk savstarpējus maksājumus! Ņemiet vērā, ka Mārtiņš maksā arī par Martu!
- 9.** Plaknē doti trīs punkti. Kā, izmantojot cirkuli un lineālu bez atzīmēm, var konstruēt riņķa līniju, kas satur visus šos trīs punktus? Pamatojiet, kāpēc konstrukcija strādā.
- 10.** Vai ir iespējams izkrāsot $n \times n$ kvadrāta rūtiņas melnā un baltā krāsā tā, lai nevarētu atrast $k \times k$ apakškvadrātu ($2 \leq k \leq n$), kura četras stūra rūtiņas ir vienādā krāsā, gadījumā, ja
- $n = 4$;
 - $n = 7$?
- 11.** Pieņemsim, ka mēs gribam atrisināt **10.** uzdevumā aprakstīto krāsošanas problēmu, ar datoru pārbaudot pilnīgi visus krāsojumus. Pieņemot, ka dators 1 sekundē var pārbaudīt 1 miljardu (10^9) krāsojumu, kāds ir lielākais n , kuram iespējams pārbaudīt visus krāsojumus aptuveni nedēļas laikā? Un šī gadsimta laikā? (Drīkst izmantot, ka $2^{10} \approx 10^3$.)
- 12.** Pierādīt, ka jebkuram naturālam skaitlim n ir spēkā: $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = n(n+1)(2n+1)/6$.
- 13.** Sacensībās piedalās 2013 motobraucēji, kuri brauc pa 1 km garu apli. Pirmais no motobraucējiem brauc ar ātrumu 1 km/h, otrais motobraucējs brauc ar ātrumu 2 km/h, ..., 2013. motobraucējs brauc ar ātrumu 2013 km/h. Cik apdzīšanas par apli būs notikušas, kad sacensībās būs pagājusi stunda? Braucējam apdzienot citu par diviem apļiem, skaitām tās kā divas apdzīšanas par apli.
- 14.** Neša kungs piedāvā par nelielu samaksu spēlēt spēli ar laimestu. $n \times n$ tabulā katrā rūtiņā ir ierakstīts kāds skaitlis. Spēlei ir divi varianti:
- vispirms tu izvēlies no katras rindiņas pa skaitlim, tad Neša kungs izvēlas vienu no tiem un izmaksā atbilstošu laimestu;
 - vispirms Neša kungs izvēlas no katras kolonnas pa skaitlim, tad tu izvēlies vienu no tiem un saņem atbilstošu laimestu.
- Kurš no variantiem būs tev izdevīgāks?
- 15.** Renāram ir 16 kārtis. Ilze izvēlas vienu, iegaumē to un noliek atpakaļ kaudzītē kādā nejaušā vietā, kā arī pasaka savu mīļāko skaitli n ($1 \leq n \leq 16$). Renārs pamīšus sadala kārtis divās vienādās kaudzītēs (tagad un turpmāk - pirmo kārti pirmajā, otro - otrajā, trešo - pirmajā, utt.) un palūdz Ilzei norādīt, kurā kaudzītē ir viņas kārts. Tālāk Renārs saliek abas kaudzītes kopā un atkal sadala divās citās kaudzītēs, un Ilze norāda, kurā kaudzītē ir viņas kārts. Šo procesu atkārto vēl divas reizes. Beigās Renārs saliek visas kārtis kopā, uz galda noliek $n - 1$ kārti no kaudzītes augšas un kā n -to kārti uz galda uzliek Ilzes kārti. Kā Renārs to izdarīja? Paskaidro un uzraksti skaidru instrukciju, kā realizēt šo kāršu triku.